

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Departamento de Ingeniería Térmica y de Fluidos



TRABAJO FIN DE GRADO

**EFFECTOS DE ALGUNAS MODIFICACIONES DE
DISEÑO EN EL FUNCIONAMIENTO DE BOMBAS
DE ARIETE**

AUTOR: PABLO JUANES FERÁNDZ

TUTOR: ULPIANO RUIZ-RIVAS HERNANDO

Grado en Ingeniería Mecánica

Madrid, Junio de 2014

-ÍNDICE-

1 Introducción.....	4
1.1 ¿Qué es una Bomba de Ariete?	4
1.1.1 Ventajas e inconvenientes	5
1.2 Situaciones de uso	7
1.3 ¿En qué consiste el Golpe de Ariete?	7
1.3.1 Historia.....	7
1.3.2 Explicación teórica básica.....	8
1.3.3 Causas del Golpe de Ariete.....	8
1.4 Componentes de una Bomba de Ariete	9
1.4.1 Alimentación.....	10
1.4.2 Bomba.....	10
1.4.3 Entrega	13
1.5 Ejemplos reales	13
1.5.1 Bomba de Ariete en Angola	13
1.5.2 Bomba de Ariete en Haití	15
1.5.3 Otros usos	16
1.6 Contenido	17
2 Instalación experimental.....	18
2.1 Descripción	18
2.2 Estado de la instalación de la Bomba de Ariete actual.....	19
2.2.1 Bomba de Ariete.....	20
2.2.2 Sistema de alimentación.....	21
2.2.3 Sistema de elevación de agua	23
2.2.4 Sistema de recogida de agua gastada.....	24
2.3 Sistemas de medida	25
2.4 Adecuaciones y modificaciones	25
2.4.1 Introducción.....	25
2.4.2 Alimentación de la bomba de ariete	25
2.4.3 Modificaciones en la válvula de choque.....	34
3 Modelo Teórico	39
3.1 Ciclo de una bomba de ariete:	39

3.2 Resolución teórica de cada fase	40
3.2.1 Fase 1	40
3.2.2 Fase 2	45
3.2.3 Fase 3	50
3.2.4 Fase 4	55
3.2.5 Fase 5	57
3.2.6 Fase 6	58
3.3 Resolución para un funcionamiento normal.....	60
3.3.1 Tiempo de ciclo.....	60
3.3.2 Caudal de agua elevada (l/min):	60
3.3.3 Caudal de agua gastada (l/min):	60
3.3.4 Rendimiento:	61
3.4 Determinación de constantes necesarias:.....	61
3.4.1 Factor de pérdidas K	61
3.4.2 Coeficiente de fricción:	63
3.4.3 Velocidad V_0	64
3.4.4 Velocidad onda de choque	65
3.4.5 Aceleración del fluido en la tubería al final de la fase 6	66
3.4.6 Constante de pérdidas por fricción en la válvula NR	67
3.5 Modelización en MATLAB	67
3.5.1 Introducción.....	68
3.5.2 Script en MatLab	71
3.5.3 Resultados para un caso nominal	73
3.5.4 Validación.....	74
4 Estudio de la sensibilidad del rendimiento de una bomba de ariete	76
4.1 Rendimiento según Rankine.....	78
4.2 Rendimiento según D'Aubuisson	79
4.3 Relación entre ambos rendimientos	79
4.4 Rendimiento volumétrico.....	80
4.5 Planteamiento inicial	81
4.5.1 Caudal elevado, q	82
4.5.2 Caudal de agua por la válvula de choque, Q	86
4.6 Estudio y resultados	88
4.6.1 Altura alimentación, H	89

4.6.2	Altura elevación, h	91
4.6.3	Diámetro de la tubería de alimentación, D , y espesor, e	93
4.6.4	Longitud tubería de alimentación, L	95
4.6.5	Material de la tubería de alimentación, módulo de Young, E (N/m^2) y rugosidad relativa, ε (m).....	96
4.6.6	Velocidad necesaria para la apertura de la válvula de choque, $V_0(m/s)$	97
4.6.7	Pérdidas en la instalación, K y m (m/s).....	102
4.6.8	Recorrido válvula de choque, S_0 (m).....	103
4.7	Conclusiones.....	105
5	Resultados experimentales	106
5.1	Variación de la altura de alimentación	106
5.2	Variación de la altura de elevación	107
5.3	Variación de la longitud de la tubería de alimentación.....	108
5.4	Comparativa entre resultados experimentales y modelo teórico	109
5.4.1	Altura de alimentación	109
5.4.2	Altura de elevación	110
5.4.3	Longitud de la tubería de alimentación	110
5.5	Conclusiones.....	111
6	Conclusión final.....	112
7	Líneas de acción para próximos trabajos	113
8	BIBLIOGRAFÍA	114
9	ANEXOS	115
9.1	FUNCTIONS.....	115

LISTADO DE FIGURAS

FIGURA 1-1: REPRESENTACIÓN DEL GOLPE DE ARIETE.....	8
FIGURA 1-2: EJEMPLO DE LOS EFECTOS DEL GOLPE DE ARIETE	9
FIGURA 1-3:ESQUEMA DE UNA INSTALACIÓN TÍPICA DE UNA BOMBA DE ARIETE	9
FIGURA 1-4: VÁLVULA NR.....	11
FIGURA 1-5: VÁLVULA DE CHOQUE.....	12
FIGURA 1-6:CÁMARA DE AIRE.....	12
FIGURA 1-7: ESQUEMA DE LA INSTALACIÓN DE UNA BOMBA DE ARIETE EN ANGOLA	14
FIGURA 1-8:ESQUEMA DE LA INSTALACIÓN DE UNA BOMBA DE ARIETE EN HAITÍ.....	15
FIGURA 1-9:BOMBA DE ARIETE EN INDIA	16
FIGURA 1-10: JARDINES DEL TAJ MAHAL.....	16
FIGURA 2-1:BOMBA DE ARIETE EN EL LABORATORIO (ACITORES, 2012)	18
FIGURA 2-2:ESQUEMA DE LA INSTALACIÓN ACTUAL (ACITORES, 2012)	19
FIGURA 2-3: BOMBA DE ARIETE DESMONTADA (ACITORES, 2012)	20
FIGURA 2-4: BOMBA DE ARIETE MONTADA (ACITORES, 2012)	20
FIGURA 2-5: DEPÓSITO ELEVADO (ACITORES, 2012)	21
FIGURA 2-6: DEPÓSITO DE ALIMENTACIÓN (ACITORES, 2012).....	22
FIGURA 2-7: REGULADOR DE ENTRADA DE CAUDAL AL DEPÓSITO DE ALIMENTACIÓN (ACITORES, 2012)	23
FIGURA 2-8: TUBERÍA DE ELEVACIÓN (ACITORES, 2012)	24
FIGURA 2-9: SISTEMA DE RECOGIDA DEL CAUDAL DESECHADO (ACITORES, 2012)	24
FIGURA 2-10: SCRIPT PARA LA RESOLUCIÓN DE F.....	32
FIGURA 2-11: VÁLVULA DE CLAPETA	34
FIGURA 2-12: SCRIPT EN MATLAB	36
FIGURA 2-13: VÁLVULA DE MUELLE	37
FIGURA 3-1: REPRESENTACIÓN DE LA FASE 1	44
FIGURA 3-2: INICIO DE LA FASE 2. CIERRE DE LA VÁLVULA DE CHOQUE.....	46
FIGURA 3-3: REPRESENTACIÓN DE LA SUBFASE1. ONDA C1	46
FIGURA 3-4: ESQUEMA DE LA SUBFASE II	47
FIGURA 3-5:GRÁFICO ACLARATORIO DE LAS FASES 2 Y 3	52
FIGURA 3-6: VALOR DE K PARA DIFERENTES ACCESORIOS (WHITE, 2008).....	61
FIGURA 3-7: VALOR DE K PARA EXPANSIONES/CONTRACCIONES (WHITE, 2008)	62
FIGURA 3-8: COEFICIENTE K PARA DISTINTAS FORMAS DE ENTRADA A UN CONDUCTO (WHITE, 2008)	62
FIGURA 3-9: VALORES DE RUGOSIDAD PARA DIFERENTES MATERIALES	64
FIGURA 3-10: PROPIEDADES DEL AGUA A DIFERENTES TEMPERATURAS (COUTINHO, 1998)	65
FIGURA 3-11: MÓDULOS DE YOUNG PARA DIFERENTES MATERIALES (COUTINHO, 1998)	66
FIGURA 3-12: EJEMPLO DE CÁLCULO DE "M" (GREENE, 1992).....	67
FIGURA 4-1: ESQUEMA DE LA INSTALACIÓN.....	77



FIGURA 4-2: ESQUEMA DE LA INSTALACIÓN CON VARIABLES TÍPICAS	81
FIGURA 4-3: RENDIMIENTO FRENTE A LA ALTURA DE ALIMENTACIÓN.....	89
FIGURA 4-4: CAUDALES FRENTE ALTURA DE ALIMENTACIÓN	90
FIGURA 4-5: RENDIMIENTO FRENTE A LA ALTURA DE ELEVACIÓN.....	91
FIGURA 4-6: CAUDALES FRENTE A ALTURA DE ELEVACIÓN	92
FIGURA 4-7: RENDIMIENTO FRENTE AL DIÁMETRO DE LA TUBERÍA DE ALIMENTACIÓN	93
FIGURA 4-8: CAUDALES FRENTE AL DIÁMETRO DE LA TUBERÍA DE ALIMENTACIÓN	94
FIGURA 4-9: RENDIMIENTO FRENTE A LA LONGITUD DE LA TUBERÍA DE ALIMENTACIÓN	95
FIGURA 4-10: RENDIMIENTO EN FUNCIÓN DEL MATERIAL DE LA TUBERÍA DE ALIMENTACIÓN	97
FIGURA 4-11: RENDIMIENTO FRENTE A LA VELOCIDAD DE APERTURA DE LA VÁLVULA DE CHOQUE	98
FIGURA 4-12: TIEMPO DE LA FASE 6 FRENTE A LA VELOCIDAD DE APERTURA DE LA VÁLVULA DE CHOQUE	99
FIGURA 4-13: TIEMPO DE LA FASE 3 FRENTE A LA VELOCIDAD DE APERTURA DE LA VÁLVULA DE CHOQUE	100
FIGURA 4-14: CAUDALES FRENTE A LA VELOCIDAD DE APERTURA DE LA VÁLVULA DE CHOQUE.....	101
FIGURA 4-15: RENDIMIENTO FRENTE AL COEFICIENTE DE PÉRDIDAS K.....	102
FIGURA 4-16: RENDIMIENTO FRENTE AL COEFICIENTE DE PÉRDIDAS EN LA VÁLVULA NR.....	102
FIGURA 4-17: RENDIMIENTO FRENTE AL RECORRIDO DE LA VÁLVULA DE CHOQUE	103
FIGURA 4-18: CAUDALES FRENTE AL RECORRIDO DE LA VÁLVULA DE CHOQUE	104
FIGURA 5-1: RESULTADOS EXPERIMENTALES VARIANDO LA ALTURA DE ALIMENTACIÓN	109
FIGURA 5-2: RESULTADOS EXPERIMENTALES VARIANDO LA ALTURA DE ELEVACIÓN	110
FIGURA 5-3: RESULTADOS EXPERIMENTALES VARIANDO LA LONGITUD DE LA TUBERÍA DE ALIMENTACIÓN	110



LISTADO DE TABLAS

TABLA 2-1: DATOS DE LA DESCARGA DEL DEPÓSITO ELEVADO.....	26
TABLA 2-2: RESULTADOS DE LA DESCARGA DEL DEPÓSITO DE ALIMENTACIÓN PARA EL CÁLCULO DE K	29
TABLA 3-1: CONDICIONES DE CONTORNO E INICIALES PARA EL CÁLCULO DE V_1	41
TABLA 3-2: CONDICIONES DE CONTORNO E INICIALES PARA EL CÁLCULO DE T_1	43
TABLA 3-3: VALORES DEPENDIENTES DE LA INSTALACIÓN INTRODUCIDOS POR EL USUARIO EN MATLAB	69
TABLA 3-4: VALORES DEPENDIENTES DEL FLUIDO INTRODUCIDOS POR EL USUARIO EN MATLAB	69
TABLA 3-5: VALORES DEPENDIENTES DEL MATERIAL UTILIZADO EN LA INSTALACIÓN POR E USUARIO EN MATLAB	70
TABLA 3-6: DATOS DE PARTIDA PARA EL CASO NOMINAL	73
TABLA 3-7: RESULTADOS DE MATLAB.....	74
TABLA 4-1: VARIABLES A ESTUDIAR PARA LA SENSIBILIDAD DEL RENDIMIENTO	87
TABLA 4-2: VALORES DEL MÓDULO DE YOUNG Y RUGOSIDAD.....	96



1 Introducción

Antes de comenzar con el estudio de la denominada “Bomba de ariete” es necesario realizar una aproximación a este término y a todo lo que lo rodea. Para comenzar, se definirá el sistema introduciendo el ámbito de trabajo donde se puede aplicar. Después se hará una ligera explicación teórica introductoria al Golpe de Ariete, base del funcionamiento de esta bomba. A continuación se explicará de manera más concreta las partes que componen una Bomba de Ariete. Por último se mostrarán algunos casos reales de utilización de la bomba.

1.1 ¿Qué es una Bomba de Ariete?

Desde hace miles de años, el ser humano ha necesitado llevar agua de un lugar a otro, y en muchas ocasiones era necesario salvar una cierta altura. En estos casos es necesario un sistema al que denominamos Bomba Hidráulica. La primera conocida fue diseñada por Arquímedes en el siglo III a.C (Kantert, 2008). Este sistema, denominado Tornillo de Arquímedes, necesitaba de un movimiento manual o en algunas ocasiones de un molino para poder elevar el fluido. Desde esta bomba hidráulica hasta nuestros días se han diseñado numerosas máquinas para elevar agua, con sistemas muy diferentes y con diferentes resultados, pero todos necesitan un aporte de energía, ya sea mecánica o eléctrica.



Uno de estos sistemas consiste en el aprovechamiento del Golpe de Ariete, fenómeno que se explicará en el siguiente capítulo. Difiere de los demás sistemas convencionales en que no necesita un aporte de energía eléctrica ni tampoco de energía mecánica, como puede ser en el caso de una bomba de mecate. Esta característica es la que hace especial a la Bomba de Ariete, capaz de funcionar de forma autónoma sin consumir un Vatio de energía eléctrica.

1.1.1 Ventajas e inconvenientes

La Bomba de Ariete es viable utilizarla en muchas ocasiones, pero no es extrapolable a cualquier situación. Por supuesto, este sistema tiene características que la sitúan por detrás de muchos de los otros sistemas, pero siempre debemos tener en cuenta los beneficios que conlleva su uso.

Ventajas

- Como se ha mencionado anteriormente, su consumo eléctrico es nulo. Por supuesto es una ventaja, ya que puede suponer un ahorro energético importante e incluso puede ser la mejor alternativa para aquellos lugares en los que no se dispone de corriente eléctrica.
- Su constitución es muy simple, tanto que es posible adquirir una Bomba de Ariete por piezas y montarla sin ningún problema (como es el caso de la utilizada durante la elaboración de este trabajo). Esto supone una gran ventaja frente al resto, que disponen de sistemas complejos de entender y por tanto de manipular en caso de necesidad.
- Es un sistema mucho más económico frente a la mayoría de alternativas. Primero, porque prácticamente necesita únicamente un desembolso inicial y segundo, porque es un sistema simple que no necesita de tecnología muy precisa que haga encarecer el precio.



- Está diseñada para que tenga un funcionamiento continuo, de manera que nunca deje de elevar caudal.
- Es totalmente ecológica. Además del nulo consumo eléctrico, su instalación tiene mínimo impacto sobre el medio.

Inconvenientes

- El ámbito de utilización es uno de los grandes inconvenientes de este tipo de bombas. No es una bomba que pueda ser instalada en cualquier situación, ya que necesita unas condiciones de trabajo que se detallarán a lo largo del trabajo. Por ejemplo necesita una altura de suministro, un montaje diferente, etc.
- Los resultados que ofrece la bomba no son comparables con los que ofrecen muchos de los otros sistemas, por ejemplo el valor del caudal elevado puede resultar pequeño en comparación con otros sistemas. Este inconveniente puede ser suplido por la ventaja de que es un sistema autónomo, y por tanto ofrece un caudal de agua continuo.
- No se aprovecha la totalidad del agua en circulación, ya que es necesario una pérdida de caudal para su funcionamiento.

Valorando todos estos aspectos, el usuario debe decidir si el uso de esta bomba cumple con sus necesidades, o si por lo contrario necesita más prestaciones, y por lo tanto otro tipo de bomba.

1.2 Situaciones de uso

La Bomba de Ariete es una bomba que destaca por su autonomía y por tanto será una buena elección si nos encontramos en situaciones donde no hay disponibilidad de corriente eléctrica o supone un gran gasto su utilización.

Otra posible situación es cuando necesitamos elevar agua a un depósito para almacenarla. Quizás el caudal elevado sea pequeño para utilizarlo en el mismo instante, pero si lo que buscamos es su almacenaje para el posterior uso, la total autonomía de la bomba permite que trabaje continuamente y por tanto tenga una entrega de caudal continua, pudiendo suplir la demanda.

Por otro lado, para el correcto funcionamiento será necesario que la instalación tenga un caudal de entrega suficientemente alto, y con una diferencia de altura suficiente. Por ejemplo, en el caso de un río será necesario que tenga un caudal abundante y que esté en un tramo con caída.

Básicamente esos son los casos típicos que podemos encontrar, aunque no son los únicos.

1.3 ¿En qué consiste el Golpe de Ariete?

Durante este capítulo se hará una breve descripción del fenómeno “Golpe de Ariete” sin entrar en demasiado detalle ya que es un concepto muy amplio. Una simple explicación nos permitirá conocer el concepto lo suficiente para entender la bomba.

1.3.1 Historia

El concepto fue estudiado por primera vez por Johannes von Kries (Kries, 1892), y fue denominado de esta forma por Zhukovsky (Zhukovsky, 1900) quien continuó con su estudio de manera mucho más efusiva. Sin embargo, muchos años atrás se había descubierto, pero nunca se había creado una teoría consistente sobre el Golpe de Ariete.

1.3.2 Explicación teórica básica

El golpe de ariete se produce en fluidos que son ligeramente elásticos. En nuestro caso ocurre en el agua. Se produce comúnmente cuando una válvula se cierra de manera muy brusca, haciendo que el fluido que se desplazaba hacia ella con una velocidad suficientemente alta choque, y las partículas queden comprimidas. Este efecto se denomina sobrepresión. A continuación se genera una onda que viaja a través del fluido en dirección contraria a la que se desplazaba el fluido. (Kay, 2008).

Básicamente eso es lo que ocurre durante el denominado Golpe de Ariete, sin embargo, durante la explicación del modelo teórico, se explicará todo en mayor detalle.

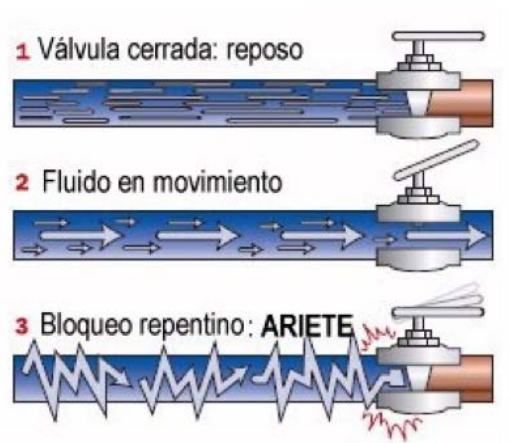


Figura 1-1: Representación del Golpe de Ariete

1.3.3 Causas del Golpe de Ariete

En nuestro caso, el Golpe de Ariete nos beneficia y lo aprovechamos para elevar el fluido, pero en muchos casos es perjudicial:

- Roturas de accesorios en las instalaciones, tales como válvulas, codos, grifos, etc.

- Grandes esfuerzos sobre las tuberías, pudiendo llegar a su rotura.



Figura 1-2: Ejemplo de los efectos del Golpe de Ariete

1.4 Componentes de una Bomba de Ariete

Este sistema es muy simple. Básicamente podemos dividirlo en tres grandes partes: alimentación, bomba y entrega.

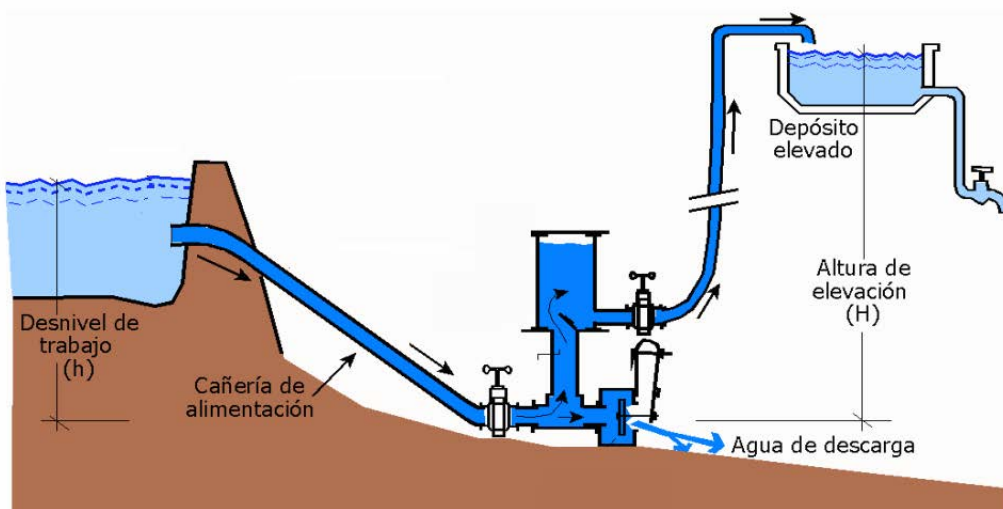


Figura 1-3: Esquema de una instalación típica de una Bomba de Ariete



Las partes se explican a continuación:

1.4.1 Alimentación

Es la primera parte de la bomba y es la que permite recibir agua. Dependiendo de la instalación la fuente de alimentación podrá ser un río o un depósito. En ambos casos, se debe proporcionar una altura de alimentación lo suficientemente alta para conseguir el correcto funcionamiento de la bomba.

La entrada a la bomba se hará por medio de una tubería. Este tramo es muy importante ya que será el que sufra las ondas de choque generadas, por ello debe ser resistente. Además hay que tener en cuenta que si esta tubería tiene una pérdida de carga muy alta, el rendimiento de la bomba se verá afectado considerablemente.

1.4.2 Bomba

Es el corazón de la instalación y su correcto funcionamiento es vital para que el sistema entero de buenos resultados. La bomba puede ser adquirida a través de numerosas compañías que ofrecen diferentes modelos dependiendo de las prestaciones requeridas, pero también es posible fabricarla por piezas. Estas son las partes que forman la bomba:

I. Válvula de No Retorno (NR)

Está colocada en el tramo de la bomba por el que ascenderá el agua que es elevada. Durante el funcionamiento normal de la bomba hay momentos en los que no se eleva agua, y esta válvula se ocupa de que el agua elevada no regrese de nuevo a la bomba.

Su apertura se produce cuando hay una sobrepresión en su parte inferior, y esto ocurre cuando se propaga la onda. Por tanto la válvula de no retorno permanecerá abierta mientras se esté elevando agua.

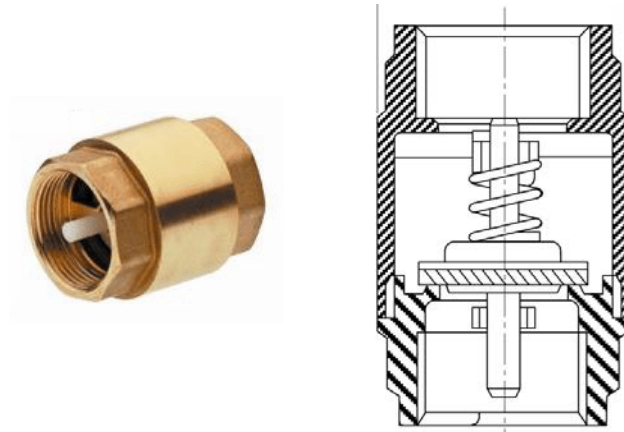


Figura 1-4: Válvula NR

Esta válvula es simplemente una válvula Anti-Retorno. Existen diferentes sistemas y diseños para estas válvulas pero en nuestro caso se trata de un sistema que utiliza un muelle para cerrar una pequeña clapeta, tal y como se muestra en la Figura 1-4.

II. Válvula de choque

Esta válvula se encarga de generar el Golpe de Ariete y por tanto la onda de choque. Se coloca en el tramo de la salida del agua gastada. Se encontrará abierta hasta que la velocidad del fluido mueva una clapeta y la cierre, y justo en ese momento se producirá la ya conocida sobrepresión y la onda de choque.

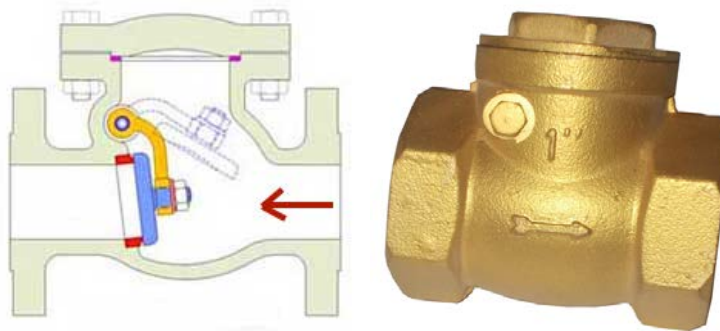


Figura 1-5: Válvula de choque

Para conseguir este fenómeno se suele optar por una válvula de no retorno pero colocada a la inversa, tal y como se observa en la Figura 1-9. En este caso la válvula Anti-Retorno utiliza un sistema de clapeta.

III. Cámara de Aire

Colocada después de la válvula de NR, tiene como función absorber los golpes los que se verá sometido en instantes puntuales. Además de esto, ayudará a elevar el fluido liberando esta energía que ha almacenado, consiguiendo que la entrega sea mucho más constante.



Figura 1-6: Cámara de Aire



1.4.3 Entrega

El caudal de agua que es elevado asciende por una tubería de menor tamaño que la de alimentación. No sufre incrementos de presión demasiado altos, ya que está el efecto de la cámara de aire, por lo que no es necesario que sea de una gran calidad.

Una altura de elevación normal puede estar entre 4 o 6 veces la altura de alimentación, siempre dependiendo de la bomba y su rendimiento.

1.5 Ejemplos reales

En el mundo existen numerosas situaciones en las que se utiliza la Bomba de Ariete. En este apartado he recogido las experiencias de algunos especialistas en este campo que durante las sesiones de la “I Jornada Internacional de Bombas Manuales y de Ariete” en la Universidad Politécnica de Madrid contaron su experiencia con este sistema.

1.5.1 Bomba de Ariete en Angola

Luis Lorenzo y José María Guerrero participan en el grupo ASOL (Asociación Solidaria Laurista), y formaron parte del grupo que instaló una Bomba de Ariete en Ntongui (Angola). Durante su exposición explicaron como fue el procedimiento seguido para su instalación, los problemas que tuvieron, sus soluciones, etc. El proyecto terminó con resultados muy satisfactorios, no sin mucho esfuerzo y dedicación.

Utilizaron una bomba de ariete de la empresa “Walton”, que era capaz de elevar 30000l/día a una altura de 75 metros. El esquema de la instalación se muestra en la Figura 1-7.

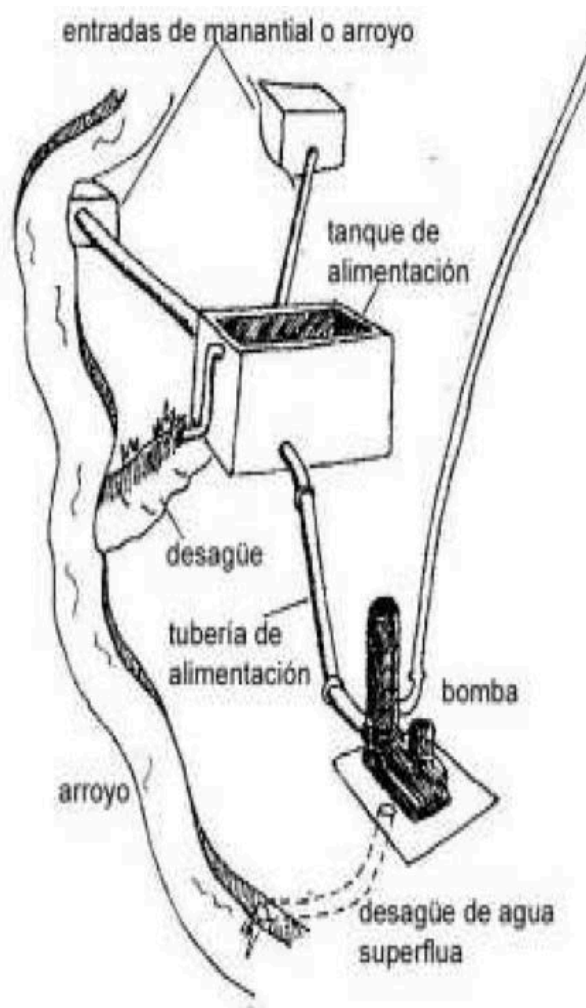


Figura 1-7: Esquema de la instalación de una Bomba de Ariete en Angola

Todos los detalles del proyecto se recogen en el documento utilizado durante su presentación, pero hemos considerado importante destacar que tuvieron que salvar distancias muy grandes y aun así consiguieron grandes resultados, ofreciendo agua a cuatro fuentes con grifos a presión.

Este caso es un gran ejemplo de utilización de la Bomba de Ariete, cumple con todos los requisitos necesarios y solventa el problema de falta de agua en su totalidad.

1.5.2 Bomba de Ariete en Haití

Guillermo Alberto Sánchez Rodríguez participó en un proyecto en este caso en Haití, en el municipio de Bois D'Orme. En su presentación narró todo el proceso seguido para la instalación del sistema. Tuvo numerosos problemas, de todo tipo, pero pudo superarlos y conseguir su objetivo

Sin entrar en muchos detalles, en la Figura 1-8 se muestra la disposición del sistema.

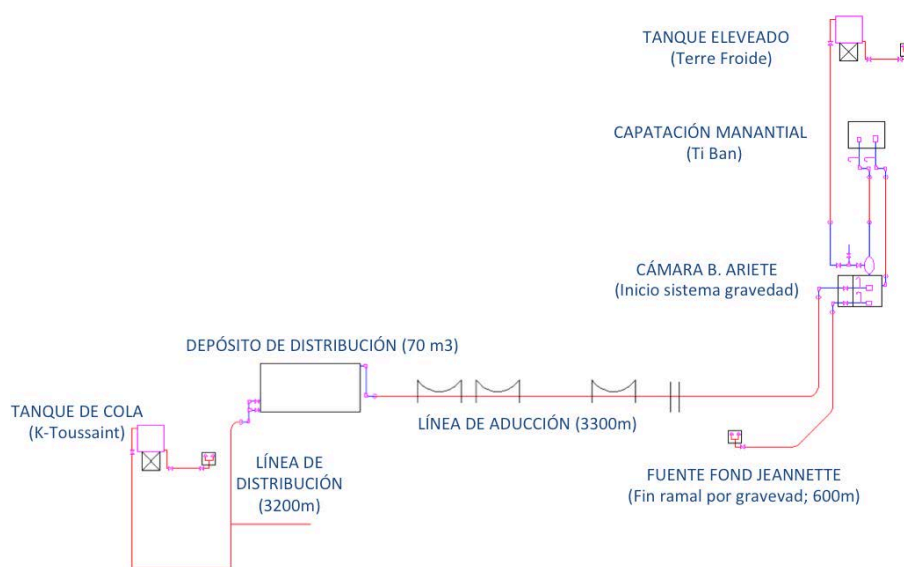


Figura 1-8:Esquema de la instalación de una Bomba de Ariete en Haití

Cabe destacar que este sistema elevaba un caudal de 3727 l/día a una altura de 45 metros.

Guillermo y la ONG para la que trabajaba permitieron tener suficiente agua a 155 personas gracias a la utilización de una Bomba de Ariete.

1.5.3 Otros usos

- Ocho Bombas de ariete en paralelo. Dehradun, India (2002)



Figura 1-9: Bomba de Ariete en India

- Sistema de regado de los Jardines del Taj Mahal (1656)



Figura 1-10: Jardines del Taj Mahal



1.6 Contenido

Este trabajo tratará del estudio de las diferentes modificaciones que se pueden realizar sobre una Bomba de Ariete. Como objetivo nos hemos propuesto encontrar los parámetros clave para mejorar los resultados que ofrecen este tipo de bombas.

Para ello se modelizará el funcionamiento de la bomba mediante ecuaciones, y será incorporado a un software matemático. Posteriormente, y sobre este modelizado, se hará un estudio detallado de cada parámetro con objetivo de encontrar los factores a modificar para mejorar el rendimiento.

Todo el estudio descrito se verá completado con ciertos ensayos en laboratorio para dar consistencia a éste.

2 Instalación experimental

2.1 Descripción

En el año 2012, Francisco Javier Acitores Martínez basó su proyecto fin de carrera en la construcción de una bomba de ariete en las instalaciones de la Universidad Carlos III de Madrid (Acitores, 2012) . Comenzó desde cero y tras mucho esfuerzo consiguió una instalación muy aceptable, aunque con ciertas limitaciones.



Figura 2-1: Bomba de Ariete en el Laboratorio (Acitores, 2012)

Este apartado del Trabajo comenzará con una descripción de la instalación actual, para que el lector tenga una idea aproximada, y de esta manera entender mejor las modificaciones posteriores. El objetivo final que nos hemos propuesto es encontrar posibilidades para modificar la bomba y mejorar su rango de ensayos.

2.2 Estado de la instalación de la Bomba de Ariete actual

Como se ha dicho, esta bomba se encuentra en las instalaciones de la Universidad Carlos III de Madrid, concretamente en el Laboratorio de Tecnologías Apropriadadas. Toda la instalación fue montada en su totalidad: el sistema de alimentación, la bomba y el sistema de elevación.

La instalación se encuentra en una estructura metálica de dos alturas, permitiendo aprovecharlas para los experimentos. La bomba en sí, se sitúa en la altura más baja, y en la altura más alta encontramos un depósito que simula un caudal de entrada. Junto a este depósito también se encuentra un sistema de recogida del agua elevada.

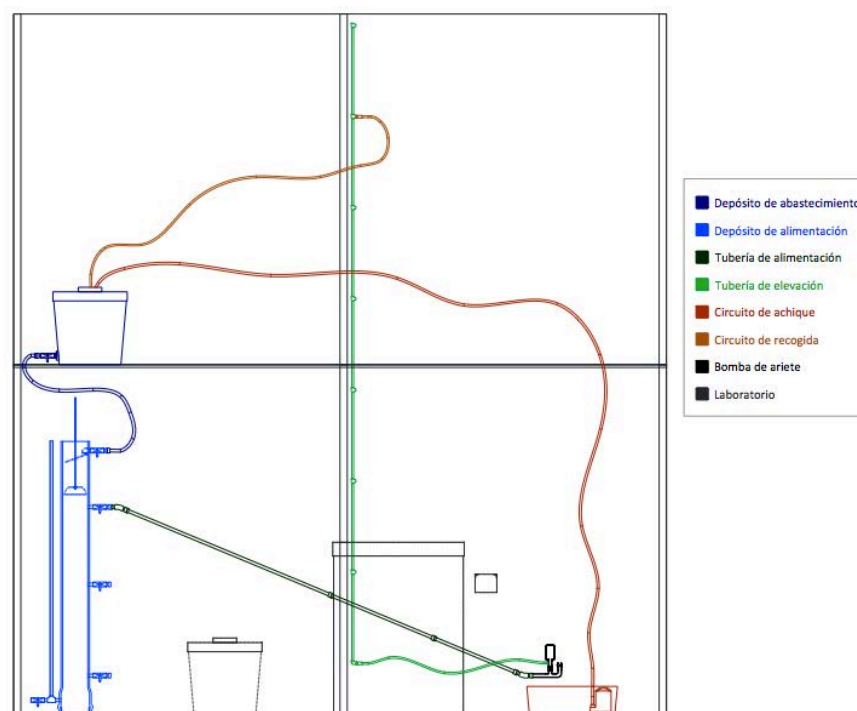


Figura 2-2: Esquema de la instalación actual (Acitores, 2012)

A continuación se detallan las partes que forman esta instalación:

2.2.1 Bomba de Ariete

La bomba instalada fue comprada a la compañía Tailandesa “Meribah”. La bomba llegó desmontada por piezas junto con un manual para su montaje.



Figura 2-3: Bomba de Ariete desmontada (Acitores, 2012)

La bomba quedó con el aspecto mostrado en la Figura 2-4.



Figura 2-4: Bomba de Ariete montada (Acitores, 2012)

En ella se pueden observar las diferentes partes de una Bomba de Ariete típica mencionadas durante apartados anteriores. Es una bomba muy sencilla, con unos resultados que sirven para nuestros estudios y que además permite estudiarla más a fondo debido a su facilidad de desmontaje.

2.2.2 Sistema de alimentación

Para obtener resultados coherentes con la realidad fue necesario construir un sistema que simulara un caudal de entrega continuo y a una altura constante. Para ello se utilizaron dos depósitos:

- **Depósito elevado.**

Se trata del depósito que se encuentra en la planta superior, y que tiene una capacidad de 350 litros. Este depósito se encargará de entregar un caudal suficiente a otro depósito colocado en la planta inferior. La conexión entre ellos es mediante una tubería simple de PVC de 32mm.



Figura 2-5: Depósito elevado (Acitores, 2012)

Este depósito tiene dos posibles fuentes de entrega de agua. Por un lado, el laboratorio cuenta con una toma de agua corriente y mediante una manguera extensible puede ser llenado. Sin embargo, para evitar el gasto excesivo de agua, en la altura inferior se colocó una bomba de piscina que eleva el agua gastada por la bomba al depósito superior, consiguiendo que la instalación sea prácticamente cerrada y el agua se reutilice una y otra vez.

- **Depósito de alimentación.**

El segundo depósito se encuentra situado en la planta inferior junto con la Bomba de Ariete. Se encarga de entregar un caudal a la bomba con una altura que se mantenga constante. Para ello se diseñó un sistema de regulación de entrada de caudal desde el depósito elevado para que sea posible mantener constante la altura del agua en el depósito de alimentación.

En la figura 2-6 se puede ver la entrada desde el depósito elevado por la parte superior y también las tres salidas posibles hacia la bomba, para cambiar de configuración.



Figura 2-6: Depósito de alimentación (Acitores, 2012)

En la figura 2-7 se observa el sistema diseñado para regular la entrada de agua desde el depósito elevado y así mantener una altura de alimentación constante.



Figura 2-7: Regulador de entrada de caudal al depósito de alimentación (Acitores, 2012)

Por último, en el sistema de alimentación, tenemos una tubería de PVC 32mm que une el depósito de alimentación con la bomba. En este tramo es posible realizar modificaciones en cuanto a longitudes y ángulos de inclinación, y por esto el depósito de alimentación tiene tres salidas a diferentes alturas.

2.2.3 Sistema de elevación de agua

Desde la Bomba de Ariete sale una tubería flexible de plástico que deriva a otra colocada en dirección vertical junto a una de las paredes del laboratorio. Esto fue diseñado así para poder tener diferentes opciones a la hora de elegir una altura de elevación.



Figura 2-8: Tubería de elevación (Acitores, 2012)

En esta tubería vertical, a cada metro de altura existen salidas a las que se puede conectar otra tubería para recoger el caudal elevado.

2.2.4 Sistema de recogida de agua gastada

La Bomba de Ariete tiene un gasto de caudal por la válvula de choque. Este caudal es recogido por un pequeño depósito colocado justo debajo de ella.



Figura 2-9: Sistema de recogida del caudal desechado (Acitores, 2012)



En este depósito de recogida se ha colocado la bomba de piscina anteriormente mencionada.

2.3 Sistemas de medida

Para realizar los diferentes ensayos necesitamos cierta instrumentación para realizarlo con seguridad.

Las mediciones del gasto másico elevado y gastado se realizan recogiendo la cantidad de agua en un recipiente y mediante una báscula científica podemos conocer el valor concreto. Si esto lo realizamos durante un cierto periodo de tiempo, podremos conocer el valor del caudal. Para ello se ha utilizado un cronómetro convencional.

2.4 Adecuaciones y modificaciones

2.4.1 Introducción

Una vez conocida la instalación actual nos centramos en estudiar que parámetros podíamos cambiar a priori para mejorar su rango de ensayos. A continuación se detallan dos aspectos junto con sus conclusiones.

2.4.2 Alimentación de la bomba de ariete

1. Estudio de la instalación actual

Uno de los parámetros importantes a la hora de hacer pruebas y ensayos con la bomba es el caudal máximo de entrada a la bomba de ariete. Según el valor de este caudal, la bomba podrá alcanzar un cierto rango de resultados. Para conocer esta limitación realizamos una sencilla prueba: dejamos que el depósito elevado se vacíe sobre el de alimentación durante un tiempo y medimos el volumen de agua transferido durante ese tiempo. Ese caudal obtenido será el máximo que la bomba podrá obtener, ya que de otra manera no seríamos capaces de mantener la altura de alimentación constante y los resultados obtenidos serían erróneos.

El procedimiento de medida fue realizar tres descargas del depósito elevado sobre el de alimentación durante 30 segundos. Para ver la cantidad de agua descargada no podíamos usar un contador de agua, ya que supondría una pérdida de carga importante que no estábamos considerando. Por ello, decidimos medir la altura descendida en el depósito elevado durante la descarga. Los resultados se adjuntan en la tabla 2-1.

Para el cálculo del volumen desalojado se ha utilizado el área de la sección de la base del depósito, siendo circular con diámetro 70 cm.

Medición	Tiempo (s)	Diferencia de altura [cm]	Volumen desalojado [m ³]	Caudal [m ³ /min]
1	30	2,6	0,0100	0,02
2	30	2,7	0,0104	0,0204
3	30	2,5	0,0096	0,0192
Resultados(media aritmética)		2,5	0,01	0,02

Tabla 2-1: Datos de la descarga del depósito elevado

El resultado obtenido es que el caudal máximo que se puede obtener es de **20 l/min.**

En el siguiente estudio trataremos de ver de qué forma somos capaces de aumentar este caudal. Básicamente influyen dos valores: la pérdida de carga y la altura. En cuanto a la pérdida de carga, no podemos hacer nada ya que la tubería que une ambos depósitos es sencilla y sin accesorios que puedan entorpecer el paso del caudal. Por tanto la única variable que podemos modificar es la altura. Para ver qué resultados podríamos obtener con esta modificación vamos a hacer un estudio teórico.

II. Estudio teórico de posibles modificaciones

La modificación que se propone es el aumento de 4 metros la altura entre ambos depósitos, ya que en el laboratorio existe la posibilidad de utilizar una tercera altura que se sitúa a 4 metros de la situación actual.

Para conocer el caudal de manera teórica aplicamos la ecuación de Bernoulli. Particularizada para nuestro caso tendremos la Ecuación 2.1:

$$\rho g \Delta h = \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{1}{2} \rho v^2 [Q_p] \quad [\text{Ec. 2.1}]$$

Donde:

- $\Delta h \equiv$ Diferencia de altura entre la superficie libre del depósito elevado y la salida sobre el depósito de alimentación
- $v_2 \equiv$ Velocidad en la salida de la tubería
- $Q_p \equiv$ Coeficiente de pérdidas a lo largo de la tubería
- $\rho \equiv$ Densidad del agua

Mediante la aplicación de esta ecuación (Ec. 2.1) podemos conocer la velocidad a la salida de la tubería, y junto con el área de esa sección podremos calcular el caudal máximo otorgado.

La variación de altura es conocida, así como la densidad y el valor de la gravedad, por lo tanto nos queda calcular el coeficiente de pérdidas. Este coeficiente también lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$Q_p = f \cdot \frac{L}{D} + K \quad [\text{Ec 2.3}]$$

Donde:

- $f \equiv$ coeficiente de fricción
- $L \equiv$ Longitud de la tubería
- $D \equiv$ Diámetro de la sección
- $K \equiv$ Coeficiente de pérdidas por accesorios

De nuevo en esta ecuación tenemos términos conocidos: diámetro, longitud (2 metros de tubería son los que unen ambos depósitos) y la densidad. Pero desconocemos el coeficiente de fricción “f” y el de “K”. El más complicado será el coeficiente de fricción, por lo que comenzaremos por “K”.



Cálculo del valor de K

El coeficiente de pérdidas “K” depende del número de accesorios de los que disponga el tramo de tubería. Existen dos formas de calcularlo, mediante el uso de manuales y bibliografía, o de manera experimental. En nuestro caso utilizaremos el método experimental.

El valor de K se mantendrá prácticamente constante en las dos posibles situaciones del depósito elevado, ya que en caso de elevar la altura 4 metros, solo sería necesario añadir esa longitud de tubería, y no incluiríamos ningún accesorio extra. De esta forma, si somos capaces de calcular la “K” de la configuración actual, podremos exportarla a la configuración nueva.

Para calcular el coeficiente de manera experimental realizaremos dos ensayos de vaciado de depósito, y mediante la aplicación de la ecuación de Bernoulli (Ec. 2.1) y la ecuación del coeficiente de pérdidas (Ec. 2.2) podremos calcular K.

Los dos ensayos tendrán el mismo valor de “K” ya que la única diferencia entre ambos son los caudales (y por tanto velocidades) y la diferencia de alturas. Por tanto la realización de dos ensayos nos asegura que el resultado es el correcto.

El primer ensayo se corresponde con el realizado para el cálculo del caudal máximo (Tabla 2-1).

El segundo es recogido en la tabla 2.2, pero fue realizado siguiendo las mismas pautas.

	Diferencia de altura	Altura disminuida durante 30 segundos de ensayo	Caudal desalojado
Primer ensayo	1,56 m	2,6 m	20 l/min $3,33 \cdot 10^{-4} [m^3/s]$
Segundo ensayo	1,3 m	2,36 m	17,7 l/min $2,95 \cdot 10^{-4} [m^3/s]$

Tabla 2-2: Resultados de la descarga del depósito de alimentación para el cálculo de K

Antes de aplicar la ecuación de Bernoulli se necesitan los valores de f para cada ensayo. Este coeficiente puede ser obtenido mediante la ecuación de Colebrook (Ec. 2.3), ya que suponemos la existencia de un flujo turbulento.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left(\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{f}} + \frac{k/D}{3.72} \right) \quad [\text{Ec. 2.3}]$$

Donde: $k \equiv$ rugosidad relativa de la tubería
 $Re \equiv$ valor del número de Reynolds

El valor de “k” es conocido ya que depende de la tubería: $0.0015 \cdot 10^{-3}$ m. El diámetro “D” es el correspondiente a la sección de la tubería: 0.032 m. Por último, el número de Reynolds lo calculamos con la Ecuación 2.4.

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu_c} \quad [\text{Ec. 2.4}]$$

Donde: $v \equiv$ velocidad del fluido
 $\nu_c \equiv$ viscosidad cinemática del fluido

La viscosidad cinemática del fluido es $1,139 \cdot 10^{-6}$ m/s². Así que conociendo la velocidad podemos calcular todo lo anterior. La velocidad puede ser calculada con la Ecuación 2.5.

$$v = \frac{Q}{A_{sección}} \quad [\text{Ec. 2.5}]$$

Donde: $Q \equiv \text{Caudal}$
 $A_{sección} \equiv \text{Área de la sección del tramo de salida de la tubería}$

Por tanto:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{3,33 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]}{1,13 \cdot 10^{-4} [\text{m}^2]} = 2,95 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Con esta velocidad tendremos los siguientes resultados:

$$Re = \frac{2,95 \cdot 0,032}{1,139 \cdot 10^{-6}} = 82880$$

$$fr = 0.0207$$

Sustituyendo todos los valores en la ecuación de Bernoulli (Ec. 2.1) obtenemos directamente “K” para el primer ensayo:

$$K = 1,19$$

En cuanto al segundo ensayo, el procedimiento es el mismo, y obtenemos los siguientes datos:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{2,95 \cdot 10^{-4} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]}{1,13 \cdot 10^{-4} [\text{m}^2]} = 2,61 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Re = \frac{2,95 \cdot 0,032}{1,139 \cdot 10^{-6}} = 73327$$

$$fr = 0.0207$$

Entonces el valor de “K” para este segundo ensayo:

$$K = 1,42$$

Se puede apreciar que el resultado obtenido en ambos ensayos es muy similar. El valor que vamos a utilizar es la media aritmética entre estos dos valores:

$$K = 1,31$$

Cálculo de f

El coeficiente “f” se calcula con la Ecuación 2.3. Como se ve, el coeficiente de fricción depende de Reynolds, y éste último de la velocidad. En resumen, que para saber el caudal máximo necesitamos el valor de f, pero este depende de este valor del caudal.

El método para resolver y obtener el caudal máximo es la iteración. En nuestro caso nos hemos ayudado del programa MATLAB para realizarlo con más precisión y facilidad. Las ecuaciones que entran en juego son las siguientes:

$$\begin{aligned}\rho g \Delta h &= \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{1}{2} \rho v^2 [Q_p] \\ \frac{1}{\sqrt{f}} &= -2 \cdot \log \left(\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{f}} + \frac{k/D}{3.72} \right) \\ Re &= \frac{v \cdot D}{\nu_c}\end{aligned}$$

Los únicos valores que varían respecto los anteriores ensayos son los relacionados con las alturas. En este caso la variación de altura puede ser modificada dependiendo de la situación, pero nosotros hemos supuesto la diferencia existente en el ensayo 1º (1,56 m) más los 4 metros existentes entre las dos alturas del laboratorio:

$$\Delta h = 5,56 \text{ m}$$

El valor de “L” también será diferente, ya que al elevar el depósito 4 metros, necesitamos un tramos de tubería extra. Por lo tanto, a los 2 metros existentes anteriormente les añadimos un tramo de tubería vertical de 4 metros:

$$L = 6\text{m}$$

Todos los demás valores se mantienen constantes respecto a los ensayos anteriores, incluida la constante “K”.

En la figura se muestra el aspecto del Script generado en MATLAB.

```
clc
close all
clear all

%CONSTANTES%
D=0.032;
visc = 1*10^-6;
rug = 0.0015*10^-3;
g = 9.8;
L = 6;
K = 1.31;
H = 5.56;

%Valor inicial para la iteración%
V = 1;

for i=1:100
    %Valor de Reynolds%
    re = (V*D)/visc;

    %Coeficiente de fricción%
    f= fzero(@(f)(1/sqrt(f)+2*log10((rug/D)/3.71+2.51/(sqrt(f)*re))),0.02);

    %Cálculo de v%
    V= fzero(@(V)(g*H-0.5*(V^2)*(f*(L/D)+K+1)),V);
end

v
```

Figura 2-10: Script para la resolución de f

III. Resultados

MATLAB nos da como resultado:

$$v = 4,45 \text{ m/s}$$



Utilizando el área de la sección de salida ($A = 1,13 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$) podemos conocer el caudal máximo con esta configuración:

$$Q = 5,03 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 30,17 \text{ l}/\text{min}$$

IV. Conclusión

Hemos realizado un estudio teórico muy preciso y coherente, que nos ha permitido conocer los efectos de la modificación prevista. Básicamente podemos resumir el estudio en que añadir 4 metros extra de altura a la instalación hace que aumentemos un 50% el caudal que teníamos al principio, de 20 l/min a 30,37 l/min.

Gracias a estos resultados esta modificación puede entrar en nuestros planes para poder aumentar el rango de ensayos posibles en nuestra instalación.

2.4.3 Modificaciones en la válvula de choque

Recordamos que la válvula de choque es la que cierra bruscamente y la que permite producir el Golpe de Ariete y por lo tanto la onda de choque para elevar caudal de agua. En nuestro caso la válvula tiene un sistema de clapeta.

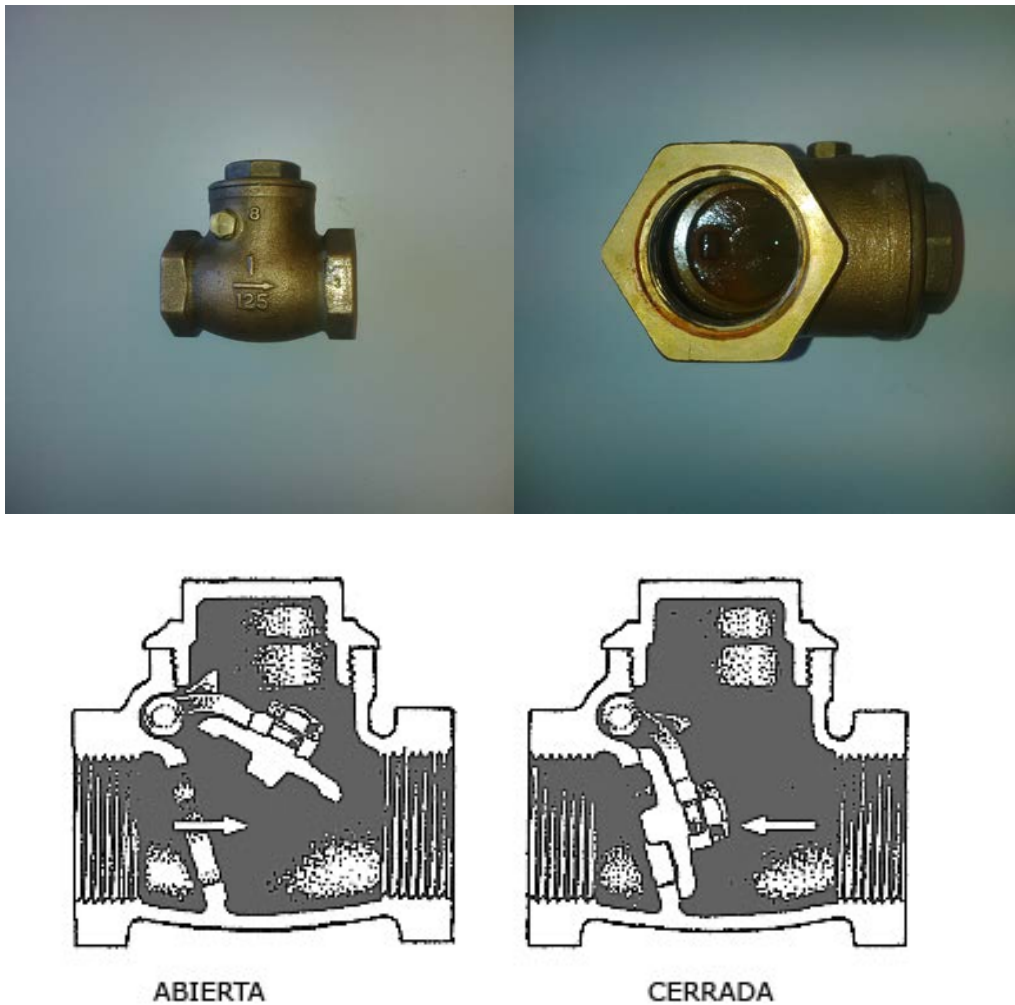


Figura 2-11: Válvula de clapeta

La válvula de choque se caracteriza por un valor: " V_0 ". Este valor es la velocidad mínima para que la válvula comience a cerrarse para posteriormente producir el

Golpe de Ariete. Dependiendo de la válvula que usemos, este valor será diferente en cada caso.

Más adelante en el trabajo se hace un estudio para conocer las relaciones entre algunos parámetros característicos de la bomba y el rendimiento de ésta. Uno de ellos es la velocidad V_0 , y la conclusión es que a medida que la velocidad de apertura disminuye, el rendimiento de la bomba aumenta.

Para comenzar vamos a calcular el valor de V_0 de la válvula instalada actualmente. El mejor método es mediante el uso de la ecuación de Torricelli (Ec. 2.6).

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_{\text{válvula}}}{\left(\frac{fL}{D} + 1 + K\right)}} \quad [\text{Ec. 2.6}]$$

Donde:

$g \equiv$ valor de la gravedad

$h_{\text{válvula}} \equiv$ Altura de la columna de agua a partir de la cual empieza el cierre de la válvula

$f \equiv$ Coeficiente de fricción

$D \equiv$ Diámetro de la tubería de alimentación

$K =$ Sumatorio de los coeficientes de pérdidas por accesorios

La altura de la columna de agua se calculará de manera experimental:

Con la válvula colocada en la instalación se dejará que el nivel de agua en el depósito de alimentación vaya aumentando hasta que la válvula de choque cierre. En ese momento se mide la altura del nivel de agua y obtendremos el valor de $h_{\text{válvula}}$.

En el laboratorio realizamos este ensayo y obtuvimos una altura de 56 cm.

Para el cálculo de la velocidad V_0 no solo necesitamos el valor de la altura, sino de otros factores como f , K , D y L . En nuestro caso estos valores deben concordar con el estado de la instalación cuando realizamos el ensayo, es decir:

g	$9,8 \text{ m/s}^2$
D	$0,026 \text{ m}$
L	$3,37 \text{ m}$

Por último nos queda el coeficiente de fricción “ f ” que será calculado mediante Colebrook. El problema se encuentra en que dentro de esta ecuación aparece el número de Reynolds, y por tanto la velocidad. Para solucionar este problema de la manera más aproximada posible vamos a resolverlo por iteración.

Para mayor facilidad lo haremos con MATLAB:

```
clc
close all
clear all
%Cálculo de V0 con Torricelli%

g=9.8;
h=0.56;
L=3.37;
D=0.026;
K=7.35;
rug=0.0015*10^-3;
visc = 1*10^-6;

for i=1:100
    v0i=0.98;
    re = (v0i*D)/visc

    f= fzero(@(f)(1/sqrt(f)+2*log10((rug/D)/3.71+2.51/(sqrt(f)*re))),0.02);
    v0=sqrt((2*g*h)/((f*L)/D+1+K))
end
```

Figura 2-12: Script en MATLAB

El resultado obtenido es $V_0=0,98 \text{ m/s}$

En nuestro posterior estudio del rendimiento frente al valor de esta velocidad, veremos que el valor obtenido para la válvula de clapeta es muy alto y que es posible disminuirlo.

Por lo tanto, buscamos otro sistema de válvula anti-retorno para hacer una comparativa. La válvula que encontramos es la mostrada en la Figura 2-13.



Figura 2-13: Válvula de muelle

Esta válvula y la anterior descrita son las más abundantes, y es muy complicado encontrar otros sistemas en comercialización.

Para conocer el valor de V_0 para esta válvula realizamos el mismo ensayo, y la altura obtenida en este caso fue de 0,42 m. Si en el mismo Script de MATLAB introducimos este valor, ya que los demás se mantienen iguales, obtendremos que $V_0=0,84 \text{ m/s}^2$. Este valor, al ser más pequeño que en el caso de la válvula de clapeta, hará que el rendimiento de la bomba aumente considerablemente.

Por último, quisimos comprobar esta conclusión de manera experimental pero nos encontramos que para el caso de la válvula de muelle (la segunda caracterizada) no conseguíamos hacer funcionar la bomba. La razón es que el sistema que utiliza esta válvula no permite generar un cierre brusco, ya que dispone de un muelle que amortigua, y por tanto no se genera ningún Golpe de Ariete y tampoco una onda de choque.

Conclusión

La conclusión que obtenemos de este apartado es que aunque la válvula tenga una velocidad de apertura mucho menor, y a priori mejore el rendimiento de la bomba, su



sistema no permite generar la onda de choque y la bomba no elevará caudal. Por lo tanto su uso no es posible en este tipo de bombas.

La solución que proponemos es la fabricación de una válvula de choque con diferente sistema pero que permita la generación de la onda o manteniendo el mismo sistema, haciendo que la clapeta sea de diferente peso y de esta forma modificar la velocidad de apertura.



3 Modelo Teórico

Durante este apartado se describirá el funcionamiento de la bomba de ariete desde un punto de vista teórico. Se hará un estudio plenamente teórico de un ciclo dentro del funcionamiento normal de la bomba. Definiremos un ciclo como la acción que se repite una y otra vez durante este funcionamiento. Para simplificar la explicación dividiremos el ciclo en 6 fases.

Posteriormente, y una vez entendidos los procesos fluidomecánicos y las ecuaciones que rigen el ciclo, pasaremos a modelar su funcionamiento utilizando el conocido software MATLAB.

3.1 Ciclo de una bomba de ariete:

Como se ha mencionado antes, el ciclo se repetirá una y otra vez durante el funcionamiento de la bomba, por lo que estudiando únicamente esta parte podremos obtener el funcionamiento general. El ciclo hemos decidido dividirlo en 6 fases, cada una con unas características y unas formas de resolución únicas.

3.2 Resolución teórica de cada fase

Para el correcto modelado de la bomba es necesario conocer dos valores concretos en cada fase: el tiempo de duración y el caudal que se eleva o se gasta. El estudio de las seis fases irá destinado a la obtención de estos valores.

3.2.1 Fase 1

Duración

Desde que la clapeta de la válvula de choque comienza a cerrarse hasta su cierre completo.

Explicación

Esta fase se explicará mediante los resultados experimentales de W.M Lansford (Lansford, 1941), ya que varios autores intentaron obtener un modelo teórico y fueron incapaces debido a la poca precisión que obtenían.

Estos resultados de Lansford permiten realizar el siguiente análisis:

I. Velocidad al final de la fase 1

El autor afirma que la aceleración del agua en la válvula de choque durante este primer periodo se puede deducir como constante. Esto es así por dos motivos principalmente:

- Primero, que la presión en la válvula de choque aumenta muy poco hasta el cierre total de ella, y por ello la velocidad aumenta hasta cierto punto.
- Por otro lado, y como segundo motivo, la fricción en la válvula aumenta a medida que la sección de salida disminuye (consecuencia del cierre de

la clapeta) y por tanto la aceleración del agua en la tubería de alimentación disminuye por este aumento de pérdida de carga.

Como resultado obtenemos una aceleración negativa constante, que podremos deducir como:

$$\frac{d^2v}{dt^2} = -K \quad [\text{Ec 3.1.1}]$$

Si integramos la anterior ecuación dos veces obtendremos el valor de la aceleración (Ec. 3.1.2) y de la velocidad del fluido (Ec.3.1.3).

$$\frac{dv}{dt} = -Kt + C_1 \quad [\text{Ec 3.1.2}]$$

$$v = -\frac{Kt^2}{2} + C_1t + C_2 \quad [\text{Ec 2.1.3}]$$

Imponemos unas condiciones iniciales y de contorno:

Condiciones iniciales para $t=0$	$\frac{dv}{dt} = \alpha_6$ <p>(que calcularemos más adelante)</p>
	$v = v_0$ <p>(la supondremos como conocida)</p>
Condiciones de contorno para $t = t_1$	$\frac{dv}{dt} = 0$

Tabla 3-1: Condiciones de contorno e iniciales para el cálculo de v_1

De esta forma obtenemos el valor de las constantes $K = \frac{\alpha_6}{t_1}$, $C_1 = \alpha_6$ y $C_2 = v_0$.

La ecuación de la velocidad en cualquier momento de la fase 1 quedará:

$$v = -\frac{\alpha_6}{2t_1}t^2 + \alpha_6 t + v_0 \quad [\text{Ec 3.1.4}]$$

Donde:

- $v \equiv$ velocidad en un determinado instante t
- $\alpha_1 \equiv$ aceleración del fluido al comienzo de la fase 1
- $t_1 \equiv$ duración de la fase 1
- $v_0 \equiv$ velocidad del fluido al comienzo de la fase 1

Y particularizada para $t = t_1$ y $v = v_1$:

$$v_1 = v_0 + \frac{\alpha_6}{2}t_1 \quad [\text{Ec 3.1.5}]$$

La velocidad v_0 depende de la forma, del recorrido y del peso de la válvula de choque, por lo que será determinada experimentalmente.

II. Tiempo de la fase 1

Grabaciones en la universidad de Illinois con cámaras de alta velocidad permitieron a Lansford determinar que la aceleración de la válvula de choque en esta fase es constante, y por tanto:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -J \quad [\text{Ec 3.1.6}]$$

Integrando esta ecuación obtenemos:

$$S = -\frac{Jt^2}{2} + C_2 \quad [\text{Ec 3.1.7}]$$

Imponemos unas condiciones iniciales y de contorno:

Condiciones iniciales para $t = t_0$	$\frac{ds}{dt} = 0$
	$s = s_0$
Condiciones de contorno para $t = t_1$	$s = 0$

Tabla 3-2: Condiciones de contorno e iniciales para el cálculo de t_1

Y obtenemos que la constante $C_2 = S_0$

Por tanto para t_1 :

$$t_1 = \sqrt{\frac{2S_0}{J}} \quad [\text{Ec 3.1.8}]$$

Donde: $S_0 \equiv$ recorrido de la válvula de choque
 $J \equiv$ Constante

Los experimentos realizados por Lansford permitieron establecer el valor de J como 2 m/s^2 , sin cometer errores importantes. De esta forma el tiempo de la fase 1 es conocido.

III. Caudal

Cumpliendo con la ley de conservación de la masa, el agua que fluye por cualquier sección de la tubería de alimentación, es la misma cantidad de agua que saldrá por la válvula de choque durante esta fase, es decir, la cantidad de agua “gastada”. La ecuación que nos da el caudal que pasa por una sección es:

$$Q_1 = \int_0^{t_1} \rho A v dt \quad [\text{Ec 3.1.9}]$$

De la expresión 3.1.9 podemos deducir el agua gastada:

$$Q_1 = \rho A(v_0 t_1 + \frac{\alpha_6 t_1^2}{3}) \quad [\text{Ec 3.1.10}]$$

Donde:

$Q_1 \equiv$ Caudal gastado durante la fase 1

$\rho \equiv$ Densidad del fluido

$A \equiv$ Área de la sección de salida de la válvula de choque

$\alpha_1 \equiv$ Aceleración del fluido al comienzo de la fase 1

$t_1 \equiv$ Duración de la fase 1

$v_0 \equiv$ Velocidad del fluido al comienzo de la fase 1

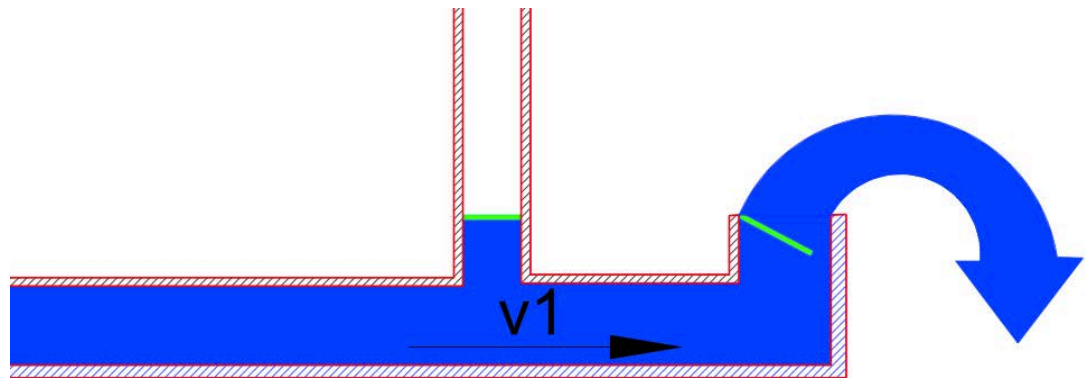


Figura 3-1: Representación de la fase 1

3.2.2 Fase 2

Duración

Esta fase completa el tiempo entre el cierre completo de la válvula de choque y la apertura de la válvula de no retorno.

Explicación

En esta fase se genera el primer golpe de ariete que produce la apertura de la válvula de no retorno. Para todos los cálculos siguientes se han despreciado las pérdidas de presión por fricción en la tubería de alimentación ya que comparadas con las debidas a las ondas de choques son insignificantes.

Para mejor explicación vamos a dividir esta fase en 2 subfases.

1. Subfase I

Recordamos que el principio de la fase 2 es el cierre completo y brusco de la válvula de choque. Esta acción hace que el flujo comprima la válvula de choque, expanda la tubería y se produzca una compresión del agua, con su correspondiente aumento de presión. Este aumento de presión, según la teoría de ondas de choque (Crespo, 2006), se transmite a lo largo de todo el fluido aguas arriba en forma de onda. Esta onda de sobrepresión, además hace nula la velocidad v_1 que llevaba el fluido hacia la válvula de choque.

En resumen, tenemos dos procesos tras el cierre: el aumento de presión y la disminución de la velocidad. Estos dos procesos están relacionados por la ecuación de Joukowski (Zhukovsky, 1900).

$$\Delta v = -\frac{\Delta P}{\rho c} \quad [\text{Ec 3.2.1}]$$

Donde:

$\Delta v \equiv$ Variación de la velocidad

$\rho \equiv$ Densidad del fluido

$\Delta P \equiv$ Variación de presión $c \equiv$ Velocidad de la onda de choque

De esta fórmula conocemos la variación de velocidad debida a la onda: $-v_1$.

Por lo tanto podremos saber el cambio de presión producido por la onda:

$$(\Delta P)' = -\rho \cdot c \cdot (\Delta v)' = \rho \cdot c \cdot v_1 \quad [\text{Ec 3.2.2}]$$

A continuación se muestran unas imágenes representativas de esta fase:

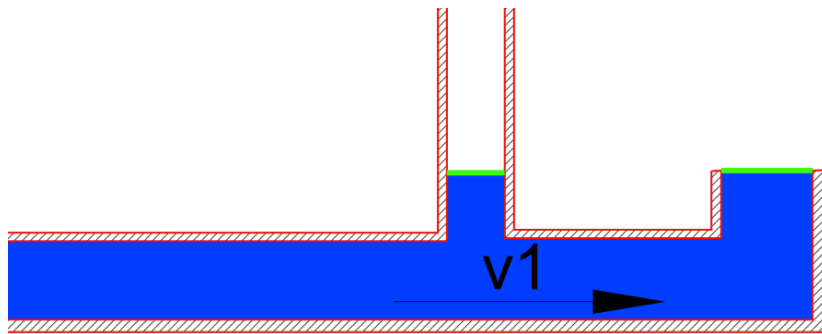


Figura 3-2: Inicio de la fase 2. Cierre de la válvula de choque

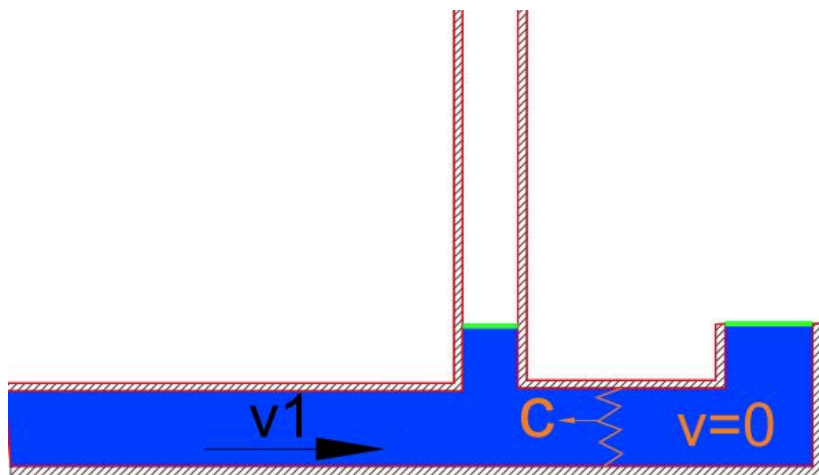


Figura 3-3: Representación de la Subfase1. Onda C1

2. Subfase II

La onda de choque irá avanzando aguas arriba en la instalación, llegando a la válvula de no retorno (NR). En este momento tendremos una diferencia de presiones entre los extremos de esta válvula: en el extremo inferior tendremos $P_{atm} + \rho gH + \rho g v_1$, mientras que en el superior $P_{atm} + \rho gH$. Por lo tanto, la válvula de NR se abrirá ya que la presión en el extremo inferior es mayor.

A causa de esta apertura se generará una nueva onda de choque que irá muy próxima a la primera (generada en la Subfase I) y con dirección al depósito de alimentación. Esta onda se encontrará un fluido con alta presión y en reposo, y a su paso dejará un fluido con una presión menor y una velocidad v_2 en dirección contraria al depósito, que siguiendo nuestro criterio la consideraremos positiva.

Esta nueva variación de presión y velocidad también pueden ser relacionadas con la ecuación de ondas de choque de Joukowski (Zhukovsky, 1900):

$$(\Delta P)'' = -\rho \cdot c \cdot (\Delta v)'' = -\rho \cdot c \cdot v_2 \quad [\text{Ec 3.2.3}]$$

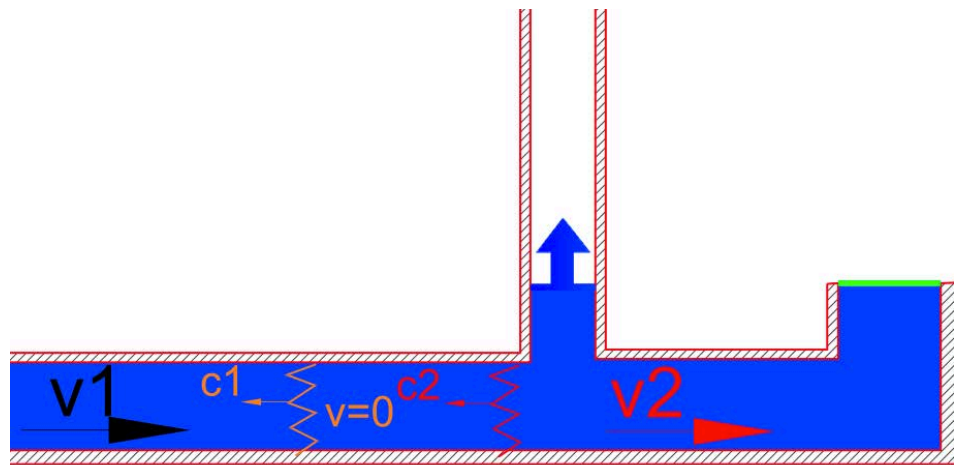


Figura 3-4: Esquema de la Subfase II

Una vez estudiadas las subfases, simplificaremos el problema. Vamos a considerar las dos ondas como una sola, que produce la variación de presión:

$$(\Delta P)_1 = (\Delta P)' + (\Delta P)'' = \rho \cdot c \cdot (v_1 - v_2) \quad [\text{Ec 3.2.4}]$$

Y una disminución de la velocidad:

$$(\Delta v)_1 = (\Delta v)' + (\Delta v)'' = v_1 - v_2 \quad [\text{Ec 3.2.5}]$$

Con esto facilitaremos el estudio analítico de la fase 2.

Volviendo a la válvula de NR sabemos que permanece abierta en esta fase debido a la diferencia de presiones en ella. La presión en el extremo inferior también la podremos expresar en función de h' (ya que tenemos una columna de agua al otro lado al estar la bomba en funcionamiento) que es la altura equivalente necesaria para la apertura de la válvula: $P = \rho g h'$.

Por lo tanto, la variación de presión de la primera onda también se puede transmitir como:

$$(\Delta P)_1 = \rho g (h' - H) \quad [\text{Ec 3.2.6}]$$

Donde:

$\Delta P \equiv$ Variación de la presión

$\rho \equiv$ Densidad del fluido

$h' \equiv$ Altura necesaria para la apertura de la válvula NR

$H \equiv$ Altura de alimentación

Y la variación de velocidad:

$$(\Delta v)_1 = \frac{(h' - H)g}{c} \quad [\text{Ec 3.2.7}]$$

Desde ahora tendremos en cuenta que $(h' - H) = h'_0$, y para hallar su valor utilizaremos las alturas de funcionamiento y las pérdidas por fricción en la válvula NR.

$$h'_0 = h - H + \frac{mv_2}{2g} = h - H + \frac{m(v_1 - (\Delta v)_1)}{2g} \quad [\text{Ec 3.2.8}]$$

Donde: $m \equiv$ Constante de pérdidas en la válvula NR

$\Delta v \equiv$ Variación de velocidad

$h \equiv$ Altura de elevación

$H \equiv$ Altura de alimentación

De esta forma conocemos los valores de la velocidad al final de la fase 2 y de la variación de presión

I. Caudal

Como se ha ido explicando, esta fase ocupa desde el cierre completo de la válvula de choque hasta el comienzo de apertura de la válvula de no retorno. De esta manera, no hay ningún flujo que escape de la bomba y por lo tanto el caudal de esta fase es 0.

II. Tiempo de la fase 2

El cálculo del tiempo de esta fase es sencillo, ya que es el que utiliza la onda en recorrer la distancia entre la válvula de choque y la válvula NR. Sabiendo su velocidad y la distancia entre estos dos elementos, podremos conocerlo:

$$t_2 = \frac{L - L_1}{c} \quad [\text{Ec 3.2.9}]$$

Donde: $L \equiv$ Longitud desde el depósito a la válvula de choque

$L_1 \equiv$ Longitud desde el depósito hasta la válvula NR

En todas las instalaciones esta distancia ($L - L_c$) es muy pequeña, y por tanto t_2 será despreciable frente a los tiempos de las demás fases.

$$t_2 = 0$$

3.2.3 Fase 3

Duración

Esta tercera fase comienza con la apertura de la válvula de NR y termina con su cierre. Más adelante se explicará que la fase 2 y la fase 3 se repiten N veces debido a los recorridos de ida y vuelta de la onda.

Explicación

Recordamos que la válvula NR está abierta, y debido a esta apertura una onda se dirige por la tubería de alimentación hacia el depósito, dejando tras de sí un fluido con velocidad v_2 (el signo indica en dirección contraria al depósito) y una variación de presión $(\Delta P)_1$ (Ec 3.2.6). Seguiremos considerando la distancia ($L - L_1$) muy pequeña y también despreciaremos las pérdidas de carga por fricción en la tubería, como en la anterior fase.

Esta onda llega un momento en el que encuentra el depósito de alimentación, en el que desaparecerá y se generará una gran diferencia de presión entre el agua del depósito y el agua de la tubería. Esto nuevamente generará una nueva onda de choque, esta vez con dirección contraria al depósito pero con la misma magnitud que la generada en la fase 2. Por lo tanto genera una variación de velocidad $(\Delta v)_1$.

Esta nueva onda de choque irá dejando tras de sí un fluido con una velocidad:

$$v_2 - (\Delta v)_1 = v_1 - 2 \cdot (\Delta v)_1 \quad [\text{Ec 3.3.1}]$$

Y con una presión igual a la inicial en la tubería de alimentación.

Esta onda irá avanzando por la tubería de alimentación hasta llegar a las válvulas. Cuando alcance y deje tras de sí la válvula de NR dejará una variación de presión haciendo que la presión en el extremo inferior de la válvula sea menor que en el superior y por lo tanto se cierre. Una vez cerrada la válvula de NR, tendremos el mismo caso que en la fase 2, un fluido con velocidad hacia la válvula de choque que sigue cerrada desde el final de la fase 1. Esto significa que las fases 2 y 3 se repetirán continuamente cada vez generando nuevas ondas, pero cada vez con menos magnitud ya que se genera con un fluido a menor velocidad $(\Delta v)_2 > (\Delta v)_1$ por sufrir pérdidas a medida que se recorre la tubería de alimentación (dos veces en cada repetición de fases 2 y 3). Debido a esto, también generará una nueva diferencia de presión, obviamente menor que la anterior:

$$(\Delta P)_2 = \rho g(h''_o) = h - H + \frac{m(v_1 - 2(\Delta v)_1 - (\Delta v)_2)}{2g} \quad [\text{Ec. 3.3.2}]$$

Como se ha mencionado al principio de este apartado, el proceso de repetición se hará N veces hasta que la última variación de velocidad sea:

$$(\Delta v)_N = \frac{(h-H)g}{c} \quad [\text{Ec. 3.3.3}]$$

Y la presión:

$$(\Delta P)_N = \rho g(h - H) \quad [\text{Ec. 3.3.4}]$$

Para simplificar esta última parte, tomaremos los valores de variación de presión y velocidad de cada onda como la media entre la primera y la última, haciendo que todas sean del mismo valor y simplificando los cálculos. Por lo tanto tendremos una variación de velocidad de:

$$\overline{\Delta v} = \frac{g}{c} \left(h - H + \frac{m(v_1 - \Delta v)}{4g} \right)$$

Y de presión:

$$\overline{\Delta P} = \rho g \left(h - H + \frac{m(v_1 - \Delta v)}{4g} \right) \quad [\text{Ec. 3.3.6}]$$

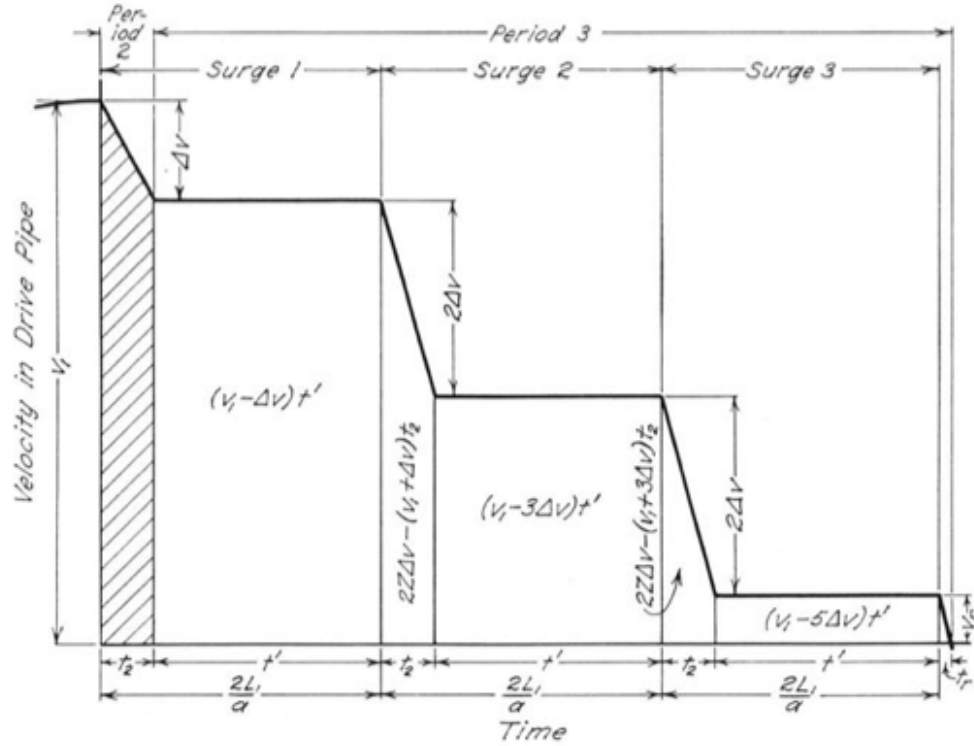


Figura 3-5: Gráfico aclaratorio de las fases 2 y 3

Después de generarse la penúltima onda tendremos a la entrada de la tubería de alimentación una velocidad restante V_R , que va a ser menor que $\overline{\Delta v}$, y que el tiempo que tardará en disiparse va a ser menor que t_2 .

$$\overline{\Delta v} = \frac{g}{c} \left(h - H + \frac{m(v_1 - \Delta v)}{4g} \right) = \frac{4g(h - H) + mv_1}{4c + m} \quad [\text{Ec. 3.3.7}]$$

Para conocer el tiempo que dura esta fase 3 necesitamos calcular el número de ondas que se generan. Para ello nos fijamos en la gráfica y nos damos cuenta que:

$$2\Delta v > v_r \geq 0 \quad [\text{Ec. 3.3.8}]$$

Y también de:

$$v_r = v_1 - (2N - 1)\Delta v \quad [\text{Ec. 3.3.9}]$$

Entonces, tenemos:

$$2\Delta v > v_1 - 2N\Delta v + \Delta v \geq 0 \quad [\text{Ec. 3.3.10}]$$

$$\Delta v - v_1 > -2N\Delta v \geq -v_1 - \Delta v \quad [\text{Ec. 3.3.11}]$$

Y dividiendo la ecuación 3.3.10 entre $-2\Delta v$:

$$\frac{\Delta v - v_1}{2\Delta v} > N \geq \frac{v_1 + \Delta v}{2\Delta v} \quad [\text{Ec. 3.3.12}]$$

Sabemos que N es un número entero, ya que es el número de veces que la onda va y vuelve durante la repetición de las fases 2 y 3, y con la ayuda de la expresión anterior podemos sacar su valor exacto, ya que entre los dos términos hay una diferencia menor o igual a 1.

I. Tiempo fase 3

Para esta fase nos fijaremos en la figura 3-4 para obtener la siguiente expresión:

$$t_3 = \frac{2L_1}{c} \cdot N - t_2 + t_r \quad [\text{Ec. 3.3.13}]$$

Donde:

$c \equiv$ Velocidad de la onda de choque

$L_1 \equiv$ Longitud desde el depósito hasta la válvula NR

$t_2 \equiv$ duración de la fase 2

$t_r \equiv$ tiempo que tardará en disiparse la VR

$N \equiv$ número de ondas generadas

Aproximando que el tiempo de la fase 2 es 0 y que el residual también es 0, nos queda la expresión final:

$$t_3 = \frac{2L_1}{c} \cdot N \quad [\text{Ec. 3.3.14}]$$

II. Caudal

Durante toda esta fase la válvula de NR permanecerá abierta la mayoría de tiempo (salvo en la repetición N-1, totalmente despreciable). Todo el agua que fluya por la tubería saldrá por esta válvula, ya que la de choque se encuentra cerrada. El agua que salga dependerá del tiempo que permanezca esta válvula abierta, y la podremos calcular con la ayuda del área bajo la curva de la figura 3-4

$$\begin{aligned} q_{\text{ciclo}} &= q_3 = \\ &= \int_0^{t_3} \rho A v dt = \rho A \left\{ \frac{2L_1}{c} [(v_1 - \overline{\Delta v}) + (v_1 - 3\overline{\Delta v}) + (v_1 - 5\overline{\Delta v}) + \dots] \right\} \\ &= \rho A \left\{ \frac{2L_1}{c} [Nv_1 - \overline{\Delta v}(1 + 3 + 5 + \dots)] \right\} \end{aligned}$$

Teniendo finalmente:

$$q_{\text{ciclo}} = \rho A \frac{2L_1}{c} (Nv_1 - \overline{\Delta v}N^2) \quad [\text{Ec. 3.3.15}]$$

Donde:

$\rho \equiv$ Densidad del fluido

$L_1 \equiv$ Longitud desde el depósito hasta la válvula NR

$A \equiv$ Área de la sección de la tubería de alimentación

$v_1 \equiv$ Velocidad al final de la fase 1

$N \equiv$ número de ondas generadas

$\overline{\Delta v} \equiv$ Variación de velocidad media

3.2.4 Fase 4

Duración

Desde el cierre de la válvula de NR, después de las N repeticiones de la onda, hasta que la válvula de choque comience a abrirse debido a que el peso no es soportado por la presión en el interior de la bomba.

Explicación

Recordamos que, tras el paso de la última onda (la número N), deja tras de sí al fluido con una velocidad a la que hemos llamado v_R , pero para seguir con la numeración desde ahora la llamaremos v_3 .

De la expresión 3.3.11 podemos observar que esta velocidad puede tener signo positivo o negativo, por este motivo vamos a separar en dos casos posibles.

1. Caso 1: $v_3 < 0$

Cuando v_3 tenga velocidad negativa, al cerrarse la válvula de NR se generará un descenso de presión en el extremo inferior de la válvula de choque, obteniendo en ese punto una presión menor que la atmosférica. Esto, junto al propio peso de la válvula, hará que se abra instantáneamente, pasando directamente a la fase 5.

2. Caso 2: $v_3 > 0$

Cuando, por lo contrario, se obtenga una velocidad con signo positivo, se generará una nueva onda debido a la sobrepresión en el extremo inferior de la válvula, pero en este caso con una magnitud que la hace incapaz de abrir de nuevo la válvula de NR.

Esta onda, en dirección al depósito, irá dejando al fluido tras de sí con velocidad nula y con una sobrepresión. Al llegar al depósito, y como ocurría en la anterior fase, la onda se esparcirá y se formará un desequilibrio de presiones, que generará una nueva onda con la misma intensidad que la anterior.

Esta onda, con dirección hacia la válvula de choque, dejará al fluido tras de sí con una presión similar al depósito y con una velocidad negativa: $-v_3$. La onda al llegar a la válvula de choque habrá dado un caso similar al 1, haciendo que la válvula, debido a la diferencia de presiones y al peso, se abra instantáneamente y pasando a la fase 5.

Teniendo en cuenta lo anterior, podemos conocer la velocidad al final de esta fase 4:

$$\text{Si } v_3 < 0 \rightarrow v_4 = v_3$$

$$\text{Si } v_3 > 0 \rightarrow v_4 = -v_3$$

Por lo tanto:

$$v_4 = |v_3|$$

I. Tiempo fase 4

Para el valor del tiempo, también diferenciaremos entre los dos casos:

1. Caso 1: $v_3 < 0$

En este caso, como se ha explicado con anterioridad, la válvula se abrirá inmediatamente, por lo que:

$$t_4 = 0$$

2. Caso 2: $v_3 > 0$

Por lo contrario, siendo la velocidad positiva, tendremos una onda que recorre dos veces el tramo de tubería de alimentación, por lo que el tiempo será:

$$t_4 = 2 \frac{L_1}{c} \quad [\text{Ec. 3.3.16}]$$

II. Caudal

Obviamente en esta fase no tenemos ningún gasto de agua ya que las dos válvulas se encuentran cerradas.

3.2.5 Fase 5

Duración

Desde la apertura de la válvula de choque hasta que comienza a salir agua por esta misma.

Descripción

Durante esta fase y la siguiente vamos a despreciar las variaciones de presión del fluido, suponiéndolo como líquido incompresible.

Al comienzo tenemos un fluido con velocidad $-v_4$ con dirección al depósito, pero teniendo delante una columna de agua que hará que cambie de dirección hasta obtener una velocidad igual, pero de sentido contrario. Por lo tanto:

$$v_5 = -v_4 \quad [\text{Ec. 3.5.1}]$$

I. Tiempo de fase:

Conociendo que el fluido se enfrenta a una columna de agua con una altura H , podemos calcular la aceleración a la que se verá sometido el fluido:

$$\text{Aceleración} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Masa}} = \frac{dv}{dt} = \frac{\rho A H}{\frac{\rho A L}{g}} = \frac{Hg}{L} \quad [\text{Ec. 3.5.2}]$$

E integrando la expresión podremos conocer el tiempo de esta fase 5:

$$\int_0^{t_5} dt = \int_{v_4}^{v_5} \frac{L}{gH} dv \quad [\text{Ec. 3.5.3}]$$

$$t_5 = \frac{L}{gH} (v_5 - v_4) \quad [\text{Ec. 3.5.4}]$$

Finalmente, tendremos:

$$t_5 = \frac{-2Lv_4}{gH} = \frac{2Lv_5}{gH} \quad [\text{Ec. 3.5.5}]$$

II. Caudal

El caudal de esta fase es nulo ya que no hay ninguna válvula abierta y que permita salir el fluido.

3.2.6 Fase 6

Duración

Siendo la última fase del ciclo, empieza con la salida de agua por la válvula de choque hasta que el fluido va adquiriendo velocidad, por tanto inercia y empieza a mover la válvula hacia la posición de cerrado.

Descripción

En esta fase vamos a tener un problema de caída libre de agua, teniendo en cuenta que nos encontramos a velocidades altas y por tanto las pérdidas por fricción entrarán dentro de nuestros cálculos.

I. Tiempo de fase

Para solucionar este problema aplicaremos continuidad a un punto del fluido (Crespo, 2006)

$$\rho gH - \rho \frac{v^2}{2} - \rho \frac{fL}{D} \frac{v^2}{2} - \rho K \frac{v^2}{2} = \rho L \frac{dv}{dt} \quad [\text{Ec. 3.6.1}]$$

Suponiendo que al factor de pérdidas lo denominaremos j :

$$j = \frac{fL}{D} + K + 1 \quad [\text{Ec. 3.6.2}]$$

Podemos operar en la ecuación 3.6.1:

$$dt = \frac{\frac{2L}{j}}{\frac{2gH}{j}v^2} dv \quad [\text{Ec. 3.6.3}]$$

$$\int_0^{t_6} dt = \int_{v_5}^{v_6} \frac{\frac{2L}{j}}{\frac{2gH}{j}v^2} dv \quad [\text{Ec. 3.6.4}]$$

$$t_6 = \frac{L}{j\sqrt{\frac{2gH}{j}}} \log \left(\frac{\frac{\sqrt{\frac{2gH}{j}} + v_6}{\sqrt{\frac{2gH}{j}} - v_6}}{\frac{\sqrt{\frac{2gH}{j}} + v_5}{\sqrt{\frac{2gH}{j}} - v_5}} \right) \quad [\text{Ec. 3.6.5}]$$

Y por definición sabemos que $v_6 = v_0$:

$$t_6 = \frac{L}{j\sqrt{\frac{2gH}{j}}} \log \left(\frac{\frac{\sqrt{\frac{2gH}{j}} + v_0}{\sqrt{\frac{2gH}{j}} - v_0} \cdot \frac{\sqrt{\frac{2gH}{j}} - v_5}{\sqrt{\frac{2gH}{j}} + v_5}}{\frac{\sqrt{\frac{2gH}{j}} + v_5}{\sqrt{\frac{2gH}{j}} - v_5}} \right) \quad [\text{Ec. 3.6.6}]$$

II. Cantidad agua gastada

El agua gastada durante la fase 6 se corresponderá al agua que salga por la válvula de choque que se encuentra abierta.

Por tanto:

$$Q_6 = A\rho \int v dt = A\rho \int_{v_5}^{v_0} \frac{\frac{2L}{j}v}{\frac{2gH}{j}v^2} dv \quad [\text{Ec. 3.6.7}]$$

$$Q_6 = \frac{A_l \rho}{j} \log \frac{\frac{2gh}{j} - v_5^2}{\frac{2gH}{j} - v_0^2} \quad [\text{Ec. 3.6.8}]$$

3.3 Resolución para un funcionamiento normal

Básicamente nos interesa conocer los caudales de agua elevada y gastada durante un cierto periodo de tiempo, junto con el rendimiento de la bomba. Conocemos los caudales de cada ciclo. Para tenerlos en función del tiempo de funcionamiento necesitaremos el tiempo de ciclo.

3.3.1 Tiempo de ciclo

$$t_{\text{ciclo}} = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 \quad [\text{Ec. 3.7.1}]$$

3.3.2 Caudal de agua elevada (l/min):

Únicamente se elevará agua durante el ciclo 3:

$$q = \frac{q_{\text{ciclo}} \cdot 60}{t_{\text{ciclo}}} \quad [\text{Ec. 3.7.2}]$$

Siendo $q_{\text{ciclo}} = q_3$

3.3.3 Caudal de agua gastada (l/min):

La válvula de choque permanece abierta únicamente en las fases 1 y 6, y ahí es cuando se gasta agua:

$$Q = \frac{Q_{\text{ciclo}} \cdot 60}{t_{\text{ciclo}}} \quad [\text{Ec. 3.7.3}]$$

Siendo $Q_{\text{ciclo}} = Q_1 + Q_6$

3.3.4 Rendimiento:

En nuestro caso la expresión que utilizamos es la de Rankine (Bansal, 2005)

$$\eta = \frac{q(h-H)}{QH} \quad [\text{Ec. 3.7.3}]$$

Donde:

$q \equiv$ Caudal elevado

$h \equiv$ Altura de elevación

$H \equiv$ Altura de alimentación

$Q \equiv$ Caudal desechado

3.4 Determinación de constantes necesarias:

Durante la elaboración del modelo teórico ha surgido la necesidad de emplear numerosas constantes que dependen de la instalación, de los materiales o del fluido. A continuación se explica como se deben calcular para cada caso.

3.4.1 Factor de pérdidas K

Este factor depende de los accesorios de nuestra instalación. Para conocer su valor usaremos tablas y gráficos:

	Nominal diameter, in									
	Screwed					Flanged				
	$\frac{1}{2}$	1	2	4		1	2	4	8	20
Valves (fully open):										
Globe	14	8.2	6.9	5.7		13	8.5	6.0	5.8	5.5
Gate	0.30	0.24	0.16	0.11		0.80	0.35	0.16	0.07	0.03
Swing check	5.1	2.9	2.1	2.0		2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
Angle	9.0	4.7	2.0	1.0		4.5	2.4	2.0	2.0	2.0
Elbows:										
45° regular	0.39	0.32	0.30	0.29						
45° long radius						0.21	0.20	0.19	0.16	0.14
90° regular	2.0	1.5	0.95	0.64		0.50	0.39	0.30	0.26	0.21
90° long radius	1.0	0.72	0.41	0.23		0.40	0.30	0.19	0.15	0.10
180° regular	2.0	1.5	0.95	0.64		0.41	0.35	0.30	0.25	0.20
180° long radius						0.40	0.30	0.21	0.15	0.10
Tees:										
Line flow	0.90	0.90	0.90	0.90		0.24	0.19	0.14	0.10	0.07
Branch flow	2.4	1.8	1.4	1.1		1.0	0.80	0.64	0.58	0.41

Figura 3-6: Valor de K para diferentes accesorios (White, 2008)

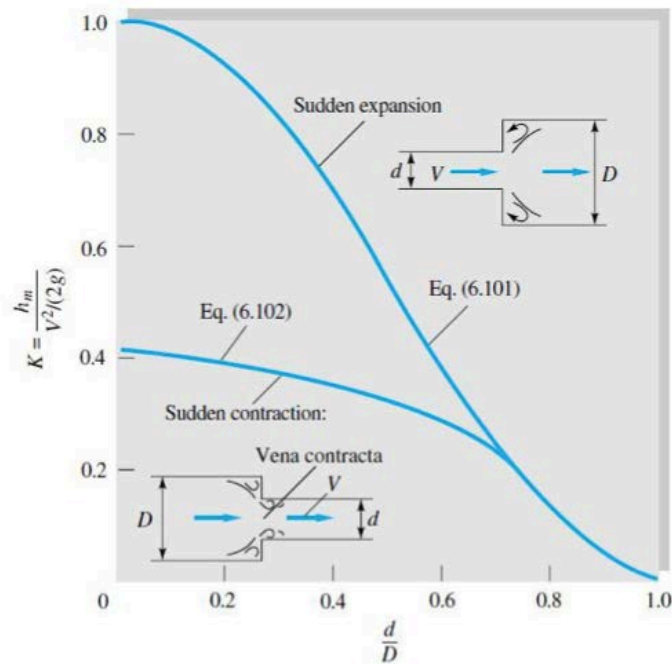


Figura 3-7: Valor de K para expansiones/contracciones (White, 2008)

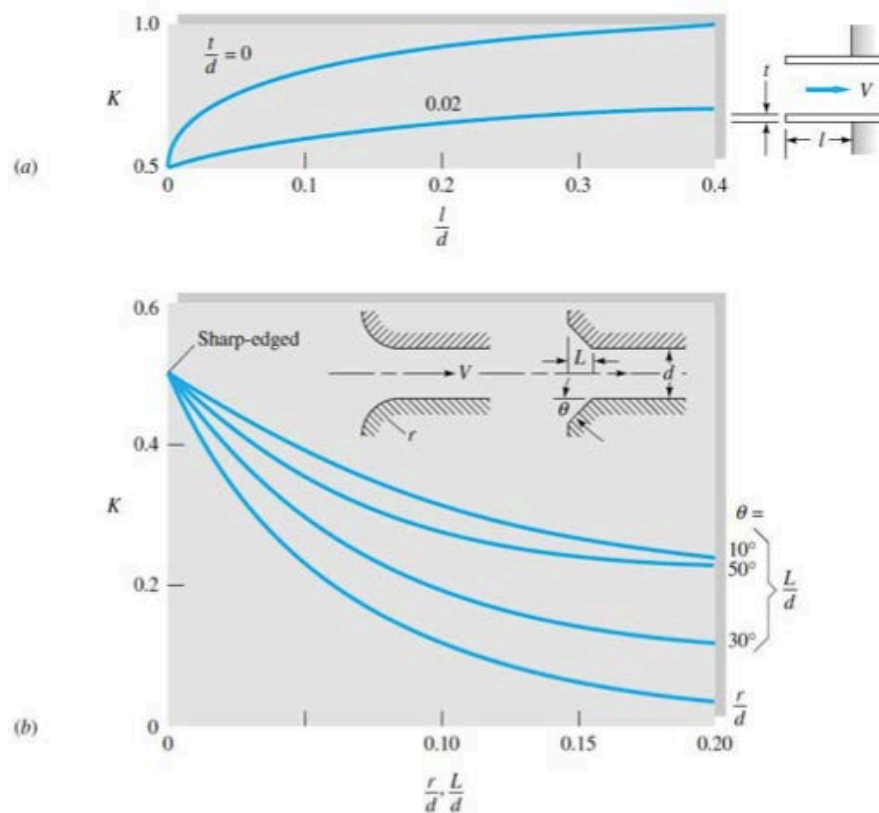


Figura 3-8: Coeficiente K para distintas formas de entrada a un conducto (White, 2008)

Para conocer el factor de perdidas total únicamente necesitamos hacer el sumatorio de cada una de ellas:

$$K = \sum K_i$$

3.4.2 Coeficiente de fricción:

Para calcular la pérdida de carga que tenemos a lo largo de la tubería por culpa de fricción debemos conocer el valor del coeficiente f . Para ello tenemos básicamente dos métodos: el diagrama de Moody o la ecuación de Colebrook.

Para el cálculo de este factor asumiremos que estamos estudiando un flujo turbulento, ya que consideramos nuestro Reynolds alto y por tanto f solo depende de la rugosidad y del diámetro.

La expresión de Colebrook es la siguiente:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left(\frac{2.51}{Re \cdot \sqrt{f}} + \frac{k/D}{3.72} \right) \quad [\text{Ec. 3.8.1}]$$

Tanto si aplicamos Moody o Colebrook necesitamos conocer el valor de la rugosidad de la tubería, y para ello utilizaremos la tabla de la Figura 3-9 ya que depende del material de la instalación.

Material	Condition	ε		Uncertainty, %
		ft	mm	
Steel	Sheet metal, new	0.00016	0.05	± 60
	Stainless, new	0.000007	0.002	± 50
	Commercial, new	0.00015	0.046	± 30
	Riveted	0.01	3.0	± 70
	Rusted	0.007	2.0	± 50
Iron	Cast, new	0.00085	0.26	± 50
	Wrought, new	0.00015	0.046	± 20
	Galvanized, new	0.0005	0.15	± 40
	Asphalted cast	0.0004	0.12	± 50
Brass	Drawn, new	0.000007	0.002	± 50
Plastic	Drawn tubing	0.000005	0.0015	± 60
Glass	—	Smooth	Smooth	
Concrete	Smoothed	0.00013	0.04	± 60
	Rough	0.007	2.0	± 50
Rubber	Smoothed	0.000033	0.01	± 60
Wood	Stave	0.0016	0.5	± 40

Figura 3-9: Valores de rugosidad para diferentes materiales

3.4.3 Velocidad V_0

Se explicó en apartados anteriores pero por recordarlo:

Conceptualmente, se trata de la velocidad mínima a la que la válvula de choque empieza a cerrarse. Por tanto, depende de la forma y peso de ésta, y es muy difícil caracterizarlo. Por ello será determinada experimentalmente:

Para ello iremos aumentando la presión hidrostática aguas arriba en la válvula hasta que comience a cerrarse. En ese momento conoceremos la altura de la columna de agua ($h_{\text{válvula}}$) y podremos aplicar la ecuación de Torricelli:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_{\text{válvula}}}{\left(\frac{fL}{D} + 1 + K\right)}} \quad [\text{Ec. 3.8.2}]$$

3.4.4 Velocidad onda de choque

Para el cálculo de este valor es necesario conocer el valor del diámetro de la tubería, el material, su espesor y las características del fluido. Una vez conocidos estos parámetros podremos aplicar la ecuación (Coutinho, 1998) para calcular c :

$$c = \left[\frac{\rho}{\varepsilon} + \frac{\rho}{E} \left(\frac{2r}{e} \right) \right]^{-0.5} \quad [\text{Ec. 3.8.2}]$$

Donde:

$\rho \equiv$ Densidad del fluido

$\varepsilon \equiv$ Rugosidad del material de la tubería de alimentación

$E \equiv$ Módulo de Young del material de la tubería de alimentación

$r \equiv$ radio de la sección de la tubería de alimentación

$e \equiv$ espesor de la sección de la tubería de alimentación

Nosotros consideraremos que trabajamos con agua dulce (el caso más común), y para ello la tabla de datos es la siguiente:

Temperaturas	Masa específica	Peso específico	Viscosidad dinámica	Viscosidad cinemática		Tensión superficial (agua – aire)	Tensión de vapor	Módulo de elasticidad
T	ρ	γ	μ	$U = \mu / \rho$		σ	h	ε
°C	Kg/m ³	N/m ³	Ns/m ²	m ² /s	cSt	N/m	metros de columna de agua a 4 °C	N/m ² (valores aprox.)
0	999,9	9809,02	1776×10^{-6}	$1,78 \times 10^{-6}$	1,78	0,07564	0,062	$19,52 \times 10^8$
4	1000,0	9810,00	1570×10^{-6}	$1,57 \times 10^{-6}$	157	0,07514	0,083	
10	999,7	9807,06	1315×10^{-6}	$1,31 \times 10^{-6}$	1,31	0,07426	0,125	$20,50 \times 10^8$
20	998,2	9792,34	1010×10^{-6}	$1,01 \times 10^{-6}$	1,01	0,07289	0,239	$21,39 \times 10^8$
30	995,7	9767,82	824×10^{-6}	$0,83 \times 10^{-6}$	0,82	0,07122	0,433	$21,58 \times 10^8$
40	992,2	9733,48	657×10^{-6}	$0,66 \times 10^{-6}$	0,66	0,06965	0,753	$21,68 \times 10^8$
50	988,1	9693,26	549×10^{-6}	$0,56 \times 10^{-6}$	0,56	0,06769	1,258	$21,78 \times 10^8$
60	983,2	9645,19	461×10^{-6}	$0,47 \times 10^{-6}$	0,47	0,06632	2,033	$21,88 \times 10^8$
80	971,8	9533,39	363×10^{-6}	$0,37 \times 10^{-6}$	0,37	0,06259	4,831	
100	958,4	9401,90	275×10^{-6}	$0,29 \times 10^{-6}$	0,29	0,05896	10,333	

Figura 3-10: Propiedades del agua a diferentes temperaturas (Coutinho, 1998)

En cuanto a la tubería, además del espesor y del diámetro debemos conocer el módulo de elasticidad del material

Material de la tubería	$E \times 10^{-10} (\text{N/m}^2)$
Acero	20,0 – 22,0
Aluminio	6,8 – 7,0
Hormigón	1,4 – 3,0
Hormigón pretensado	4,8
Cobre	11,0 – 13,4
Hierro fundido	8,0 – 17,0
Fibro cemento	2,4 – 3,0
Plásticos:	
PVC rígido	2,0 – 3,0
Polietileno	0,1 – 0,2
Nylon	1,0 – 2,0
Poliéster	1,8 – 2,5
Plexiglás	0,5
Perspex	0,6
Vidrio	4,6 – 7,3

Figura 3-11: Módulos de Young para diferentes materiales (Coutinho, 1998)

3.4.5 Aceleración del fluido en la tubería al final de la fase 6

Es un valor que necesitamos para algunos cálculos de la modelización de la bomba. Para ello volveremos a la fase 6, y partiendo de la ecuación podremos calcular dicha aceleración.

$$\alpha_6 = \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=t_6} = \frac{\frac{2gH}{j} - v_0^2}{\frac{2L}{j}} \quad [\text{Ec. 3.6.3}]$$

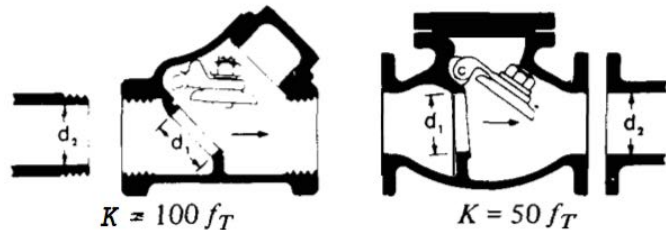
Donde:

- $g \equiv$ Valor de la gravedad
- $H \equiv$ Altura de alimentación
- $j \equiv$ Factor de pérdidas
- $v_f \equiv$ velocidad al comienzo de la fase 1
- $L \equiv$ Longitud de la tubería de alimentación

3.4.6 Constante de pérdidas por fricción en la válvula NR

Este valor puede ser calculado experimentalmente o mediante formulas (Greene, 1992)

VÁLVULAS DE RETENCIÓN DE DISCO OSCILANTE



Velocidad mínima en la tubería para levantar totalmente el obturador

$$\begin{aligned} \text{(m/seg)} &= 45 \sqrt{V} &= 75 \sqrt{V} \\ \text{(pie/seg)} &= 35 \sqrt{V} &= 60 \sqrt{V} \\ \text{U/L Registradas} &= 120 \sqrt{V} &= 100 \sqrt{V} \end{aligned}$$

Figura 3-12: Ejemplo de cálculo de "m" (Greene, 1992)

3.5 Modelización en MATLAB

Después de haber explicado y caracterizado mediante ecuaciones el funcionamiento de una bomba de ariete, decidimos incorporarlo a algún lenguaje de programación de tal manera que nos permitiera realizar cálculos matemáticos con él.

Decidimos incorporarlo a MATLAB ya que se trata de un lenguaje muy común en el mundo ingenieril. MATLAB nos permite desarrollar códigos de manera muy rápida y sencilla con un lenguaje nada complicado de aprender. Como desventaja frente a otros lenguajes, es un poco lento (al contrario que los compiladores), pero nuestros cálculos no serán tan laboriosos como para notar esta diferencia.

3.5.1 Introducción

El código consistirá en un Script original del que después podremos desarrollar otros diferentes y más concretos. Este Script tendrá como objetivo calcular el caudal gastado, el caudal elevado y el rendimiento de la instalación. Estos serán los resultados finales, pero para llegar a ellos habrá que calcular todo lo explicado en cada una de las 6 fases explicadas con anterioridad.

Podemos dividir este Script en 3 partes: Datos, Cálculos y Resultados:

3.5.1.1 Datos

Es la primera parte del programa, y en ella será necesario introducir todos los datos necesarios para los cálculos. Existirán 4 tipos de datos diferentes:

1. Constantes

Como constantes tendremos básicamente el valor de la gravedad ($g=9.8 \text{ m/s}^2$) y la constante $J(=2\text{m/s}^2)$ explicada durante la fase 1. Estas constantes son fijas ya que en el modelo teórico se consideraron con ese valor.

2. Variables dimensionales de la instalación

En este apartado el usuario debe introducir una serie de valores que dependen de las dimensiones de la instalación y de los elementos utilizados. Los datos a completar son los siguientes:

Símbolo (unidades)	Descripción
M (adim.)	Es el coeficiente de pérdidas en la válvula de NR. En el modelo teórico es “ m ”
K (adim.)	Coeficiente de pérdidas debido a los elementos irregulares de la tubería de alimentación

v_0 (m/s)	Velocidad del fluido en la tubería de alimentación al comienzo de la fase 1, y además la mínima necesaria para abrir la válvula de choque
S_0 (m)	Recorrido de la clapeta de la válvula de choque
L (m)	Longitud de la tubería de alimentación, desde el depósito hasta las válvulas de choque y NR
D (m)	Diámetro de la tubería de alimentación
H (m)	Altura de alimentación
h (m)	Altura de elevación
e (m)	Espesor tubería de alimentación

Tabla 3-3: Valores dependientes de la instalación introducidos por el usuario en MATLAB

3. Características del fluido

Dependiendo del fluido que se utilice para el funcionamiento y de la temperatura de éste, el usuario debe completar diferentes variables.

Normalmente el fluido será agua dulce, y por esto anteriormente se ha facilitado una tabla para los valores necesarios en función de la temperatura.

Símbolo (unidad)	Descripción
ρ_0 (Kg/m ³)	Densidad del fluido utilizado
ϵ_{ps} (N/m ²)	Módulo de elasticidad volumétrica del fluido de trabajo
ν_{isc} (m ² /s)	Viscosidad cinemática del fluido

Tabla 3-4: Valores dependientes del fluido introducidos por el usuario en MATLAB

4. Características de los materiales utilizados en la instalación

Básicamente son dos valores que dependen del material del que esté fabricada la tubería de alimentación

Símbolo(unidad)	Descripción
E (N/m ²)	Módulo de elasticidad del material de la tubería de alimentación
rug (m)	Rugosidad de la tubería de alimentación

Tabla 3-5:Valores dependientes del material utilizado en la instalación por e usuario en
MATLAB

3.5.1.2 Cálculos

La segunda parte del Script contiene todos los cálculos necesarios para la resolución final. Está organizada de tal manera que cada ecuación empleada es una “Function” programada independientemente del Script original, para que sea mucho más fácil realizar modificaciones y utilizar estas Functions en otros scripts.

3.5.1.3 Resultados

MatLab es capaz de realizar los cálculos anteriores con gran rapidez y precisión. Lo único que tenemos que especificarle es qué datos queremos exactamente. En nuestro caso nos interesa los caudales de agua gastada, de agua elevada y el rendimiento.

Además de esto también hemos programado la parte final del Script para que nos de el tiempo de ciclo, y los caudales de agua gastada y elevada durante un solo ciclo. De todas formas, todos lo valores calculados pueden ser mostrados en pantalla mediante una sencilla modificación del Script.

3.5.2 Script en MatLab

```
clc
clear all
close all

%%% Constantes generales %%%
g = 9.81;
J = 2;

%%% Variables dimensionales de la instalación%%
K=7.35;
M = 100;
v0=0.98;
S_0=0.015;
L= 3.37;
D = 0.026;
H = 1;
h = 5;
e = 0.003;

%%% Características del fluido %%
ro=1000;
eps=21.5*10^8;
visc = 1*10^-6;

%%% Características de los materiales %%%
E = 3*10^9;
rug = 0.0015*10^-3;

%%%OPERACIONES%%%

r = D/2;
re = reynolds(v0,D,visc);
f = fricc(rug,D,re);
t1 = tuno(S_0);
j = jota(f,L,D,K);
a6 = alfa6(g,H,j,v0,L);
v1 = vuno(v0,a6,t1);
c = velonda(ro,eps,E,r,e);
Av = varvel(g,h,H,M,c,v1);
v2 = vdos(v1,Av);
N = numondas(v1,Av);
t2 = tdos();
t3 = ttres(L,c,N);
v3 = vtres(v1,N,Av);
t4 = tcuatro(v3,L,c);
v4 = vcuatro(v3);
v5 = vcinco(v4);
t5 = tcinco(L,v5,g,H);
t6 = tseis(L,j,g,H,v0,v5);
A =area(D);
Q1 = caudal1(A,v0,t1,a6);
qc = qciclo(A,L,c,N,v1,Av);
Q6 = caudal6(A,L,j,g,H,v5,v0);
```



```
%%% Resultados %%%

fprintf('Tiempo de ciclo')
tciclo=t1+t2+t3+t4+t5+t6

fprintf('Caudal de ciclo Q [m3/ciclo]')
Qciclo = Q1+Q6

fprintf('Caudal de ciclo q [m3/ciclo]')
qc

fprintf('Caudal Q total [L/min]')
Q =total(Qciclo, tciclo)

fprintf('Caudal q total [L/min]')
q = total(qc,tciclo)

fprintf('Rendimiento')
rendimiento(q,h,H,Q)
```

Las “Functions” utilizadas se adjuntan en el Anexo.

3.5.3 Resultados para un caso nominal

Para mostrar el funcionamiento del programa vamos a poner un ejemplo al que llamaremos “caso nominal”. A continuación se detallan los datos de partida de este caso, de los cuales algunos deben ser introducidos por el usuario.

Constantes	
J	2 m/s^2
g	$9,8 \text{ m/s}^2$
Variables dimensionales de la instalación	
M	100
K	7,35
V0	0.98 m/s
S_0	0.0015 m
L	$3,37 \text{ m}$
D	$0,026 \text{ m}$
H	1 m
h	5 m
e	$0,003 \text{ m}$
Variables dependientes de las características del fluido	
Ro	10000 Kg/m^3
eps	$21,5 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$
visc	$1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
Variables dependientes de los materiales	
E	$3 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$
rug	$0,0015 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Tabla 3-6: Datos de partida para el caso nominal

Si introducimos los datos recogidos en la Tabla 3-6 en el Script de Matlab, este nos devolverá los resultados tal y como se muestra en la Figura 3-13.

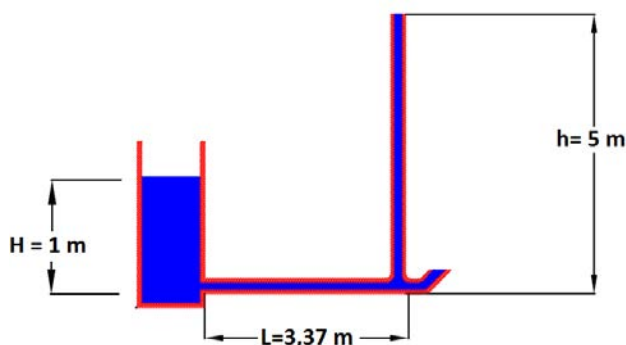
Tiempo de ciclo (s)	0,6533
Caudal desechado por ciclo (m³/ciclo)	$1,9528 \cdot 10^{-4}$
Caudal elevado por ciclo (m³/ciclo)	$1,5811 \cdot 10^{-5}$
Caudal desechado (m³/min)	17,93
Caudal elevado (m³/min)	1,4522
Rendimiento	0,3239

Tabla 3-7: Resultados de MATLAB

3.5.4 Validación

Tras terminar el código en MATLAB necesitábamos comprobar si se ajustaba a la realidad, o por lo contrario necesitaba alguna modificación.

Para su comprobación realizamos una serie de medidas experimentales en la instalación y las comparamos con los datos que obteníamos del Script. Estos fueron los resultados:



DATOS DE PARTIDA	
Altura de alimentación	1m
Altura de elevación	5m
Longitud tubería de alimentación	3,37 m

	Resultados en el modelo de MATLAB	Resultados en el ensayo experimental			
		I	II	III	\bar{X}
Caudal elevado q (l/min)	1,5522	1,575	1,600	1,600	1,59
Caudal gastado Q (l/min)	17,9354	18,5	19,1	18,8	18,8
Rendimiento	0,3239	0,3405	0,335	0,3404	0,3382

Este ensayo se realizó con los mismos datos que el caso nominal. Como se ve, los resultados son muy parecidos. El rendimiento solo difiere un 4% entre un método y otro.

Conclusiones

Viendo los resultados de ambas fuentes podemos afirmar que el modelo teórico se ajusta correctamente a la realidad y además dando unos resultados muy próximos.

Por lo tanto el modelo es válido para la modelación y simulación de una Bomba de Ariete.

4 Estudio de la sensibilidad del rendimiento de una bomba de ariete

El factor que caracteriza el buen o el mal funcionamiento de nuestra bomba es el rendimiento. Básicamente, el rendimiento es la relación entre las energías final e inicial. Para la expresión del rendimiento vamos a hacer un balance general de energía en la instalación, partiendo desde la ecuación. 4.1

$$\frac{dE}{dt} = Q - W + \sum \dot{m}_e \cdot g \cdot z - \sum \dot{m}_s \cdot g \cdot z \quad [\text{Ec 4.1}]$$

Donde:

- $Q \equiv \text{Pérdidas/Ganancias por calor}$
- $W \equiv \text{Pérdidas/Ganancias mecánicas}$
- $g \equiv \text{Valor de la gravedad}$
- $z \equiv \text{Altura}$
- $\dot{m} \equiv \text{Gasto másico}$

Para realizar este balance hemos tenido en cuenta dos aproximaciones:

- Las velocidades cinéticas en cada punto son despreciables para el cómputo global
- El fluido, en este caso agua, no cambia de estado ni temperatura en ningún tramo de la instalación, por lo que no es necesario tener en cuenta entalpías.

Por tanto, en la ecuación nos quedan únicamente unos factores de pérdidas junto con las energías potenciales en cada punto.

En la figura 4.1 se muestra un esquema de la instalación para entender mejor el razonamiento.

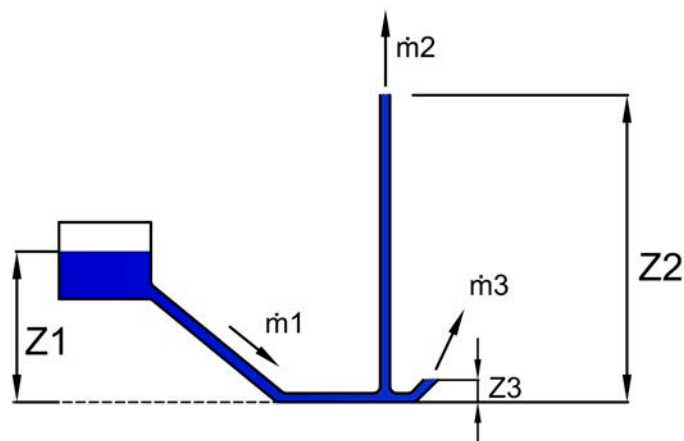


Figura 4-1: Esquema de la instalación

Las pérdidas que existen en la instalación son básicamente debidas a la fricción y a las pérdidas mecánicas en las válvulas. Agruparemos todo en un factor al que llamaremos Q_p .

Sustituyendo alturas y gastos másicos obtenemos la siguiente ecuación:

$$\dot{m}_1 \cdot g \cdot z_1 - \dot{m}_2 \cdot g \cdot z_2 - \dot{m}_3 \cdot g \cdot z_3 - \dot{Q}_p = 0 \quad [\text{Ec. 4.2}]$$

En la instalación podemos hacer un balance de masa, quedando:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \quad [\text{Ec. 4.3}]$$

Sustituyendo la ecuación X.3 del balance de masa en la Ecuación 4.2.:

$$\dot{m}_2 \cdot g \cdot z_1 + \dot{m}_3 \cdot g \cdot z_1 - \dot{m}_2 \cdot g \cdot z_2 - \dot{m}_3 \cdot g \cdot z_3 - \dot{Q}_p = 0 \quad [\text{Ec. 4.4}]$$

A partir de aquí podemos agrupar los términos de manera diferente y obtener dos ecuaciones de rendimiento diferente:

4.1 Rendimiento según Rankine

A continuación se explica el razonamiento seguido por Rankine (Bansal, 2005). Agrupando los términos de gasto másico, queda la ecuación 4.5

$$\dot{m}_3 \cdot g \cdot (z_1 - z_3) = \dot{m}_2 \cdot g \cdot (z_2 - z_1) + \dot{Q}_p \quad [\text{Ec. 4.5}]$$

En una instalación normal, la altura z_3 es muy pequeña respecto el resto de alturas, por lo tanto podemos suprimirla. Entonces la ecuación de rendimiento queda:

$$\eta = \frac{\dot{m}_2 \cdot g \cdot (z_2 - z_1)}{\dot{m}_3 \cdot g \cdot z_1} \quad [\text{Ec. 4.6}]$$

Donde:

$\dot{m}_2 \equiv$ Gasto másico elevado

$\dot{m}_3 \equiv$ Gasto másico desechado

$z_1 \equiv$ Altura del agua en el depósito de alimentación

$z_2 \equiv$ Altura de elevación

$g \equiv$ valor de la gravedad

4.2 Rendimiento según D'Aubuisson

D'Aubuisson hizo un razonamiento de la ecuación totalmente diferente (D'Aubuisson, 1852). En este caso, agrupó los términos de altura:

$$(\dot{m}_2 + \dot{m}_3) \cdot g \cdot z_1 = \dot{m}_2 \cdot g \cdot z_2 + \dot{m}_3 \cdot g \cdot z_3 + \dot{Q}_p \quad [\text{Ec. 4.7}]$$

Como la energía potencial en 3 es despreciable frente al resto, la ecuación del rendimiento nos quedaría:

$$\eta^* = \frac{\dot{m}_2 \cdot g \cdot z_2}{(\dot{m}_2 + \dot{m}_3) \cdot g \cdot z_1} \quad [\text{Ec. 4.8}]$$

Donde:

- $\dot{m}_2 \equiv$ Gasto másico elevado
- $\dot{m}_3 \equiv$ Gasto másico desechado
- $z_1 \equiv$ Altura del agua en el depósito de alimentación
- $z_2 \equiv$ Altura de elevación
- $g \equiv$ valor de la gravedad

4.3 Relación entre ambos rendimientos

Durante todo el trabajo se utiliza la expresión de Rankine (Ec. 4.6), pero mediante una sencilla relación podemos conocer la de D'Aubuisson.

Sustituyendo la ecuación 4.5 en la del rendimiento de Rankine (Ec. 4.6):

$$\eta = 1 - \frac{\dot{Q}_p}{\dot{m}_3 z_1} \quad [\text{Ec. 4.9}]$$

Sustituyendo la ecuación 4.7 en la del rendimiento de D'Aubuisson (Ec. 4.8):

$$\eta^* = 1 - \frac{\dot{Q}_p}{(\dot{m}_2 + \dot{m}_3) z_1} \quad [\text{Ec. 4.10}]$$

Debido a que el valor de las pérdidas en la instalación es igual para ambas expresiones de rendimiento, igualamos las dos expresiones por este término, quedando la siguiente relación:

$$\eta^* = 1 - (1 - \eta) \cdot \frac{\dot{m}_3}{(\dot{m}_2 + \dot{m}_3)} \quad [\text{Ec. 4.11}]$$

También podemos conocer qué rendimiento será mayor y cuál menor:

$$\frac{1 - \eta^*}{1 - \eta} = \frac{\dot{m}_3}{(\dot{m}_2 + \dot{m}_3)} \quad [\text{Ec. 4.12}]$$

En esta expresión (Ec. 4.12) el término de la derecha será menor que uno, y por tanto el denominador del término de la izquierda debe ser mayor que el numerador: $(1 - \eta) > (1 - \eta^*)$. El rendimiento de Rankine (η), al estar restando a 1, deberá ser menor que el D'Aubuisson (η^*) para que se cumpla la relación. Por tanto, podemos asegurar que:

$$\eta < \eta^*$$

4.4 Rendimiento volumétrico

En la expresión del rendimiento de Rankine (Ec. 4.6) el resultado se ve afectado por la relación entre las alturas. Eso significa que en nuestra instalación podemos estar trabajando con un rendimiento muy alto según Rankine, pero el caudal elevado es tan pequeño que no es para nada útil. Para solucionar este inconveniente vamos a definir un nuevo rendimiento, denominado rendimiento volumétrico:

$$\eta_v = \frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_3 + \dot{m}_2} \quad [\text{Ec. 4.13}]$$

Donde:

$\dot{m}_2 \equiv$ Gasto másico elevado

$\dot{m}_3 \equiv$ Gasto másico desechado

Como se observa en la ecuación 4.13, el rendimiento volumétrico depende únicamente de los gastos másicos, y por ello vamos a tenerlo en cuenta en cada estudio realizado.

4.5 Planteamiento inicial

Como se ha mencionado anteriormente, vamos a estudiar la sensibilidad del rendimiento de Rankine (Ec. 4.6) y del volumétrico (Ec. 4.13). Para un mejor entendimiento del estudio vamos a emplear las variables utilizadas normalmente en la instalación. De esta forma podremos hablar de los gastos másicos como caudales. A continuación se representa un esquema de la instalación con sus variables típicas y las ecuaciones de los rendimientos con éstas:

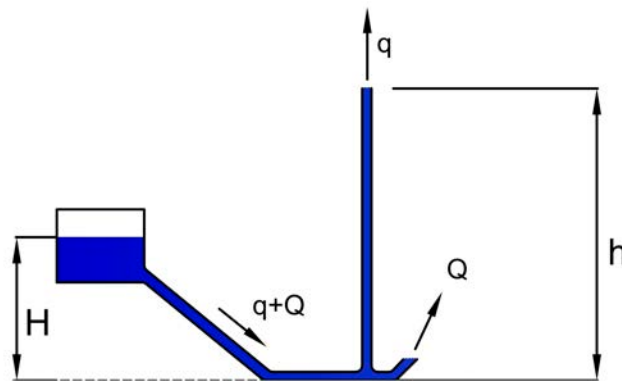


Figura 4-2: Esquema de la instalación con variables típicas

- Rendimiento de Rankine:

$$\eta = \frac{q \cdot (h-H)}{Q \cdot H} \quad [\text{Ec. 4.14}]$$

Donde:

- $q \equiv$ Caudal elevado
- $Q \equiv$ Caudal desechado
- $H \equiv$ Altura del agua en el depósito de alimentación
- $h \equiv$ Altura de elevación

- Rendimiento volumétrico

$$\eta_v = \frac{q}{q+Q} \quad [\text{Ec. 4.15}]$$

A continuación haremos un primer estudio de la expresión del rendimiento de Rankine para ver que posibles factores influyen sobre él. La expresión del rendimiento volumétrico tiene variables que ya van a ser estudiadas para el caso de Rankine, por lo que no haremos mucho hincapié en ella.

Así pues, la expresión 4.14 contiene cuatro variables: dos alturas y dos caudales.

$$\eta = f(h, H, q, Q)$$

Es obvio que las alturas influirán directamente sobre el rendimiento. El estudio de estas dos variables es obligatorio y se hará más adelante. “H” y “h” no dependerán de ningún otro factor, simplemente de cómo sea la disposición de la instalación.

En cambio, los caudales dependen de muchas variables y por tanto habrá que estudiarlos más detenidamente:

4.5.1 Caudal elevado, q

El caudal elevado q (l/min) es calculado mediante la ecuación 4.16, y depende del tiempo que dure un ciclo y del caudal elevado durante este ciclo:

$$q = f(q_{\text{ciclo}}, t_{\text{ciclo}})$$
$$q = \frac{q_{\text{ciclo}} \cdot 60}{t_{\text{ciclo}}} \quad [\text{Ec. 4.16}]$$

❖ Caudal elevado cada ciclo, q_{ciclo}

Este caudal se calcula con la expresión 4.17

$$q_{\text{ciclo}} = q_3 = \rho A \frac{2L_1}{c} (Nv_1 - \overline{\Delta v} N^2) \quad [\text{Ec. 4.17}]$$

Donde:

$q_3 \equiv$ Caudal elevado durante la fase 3

$A \equiv$ Área de la sección de la tubería de alimentación

$L_1 \equiv$ Longitud de la tubería de alimentación

$N \equiv$ Número de ondas propagadas durante un ciclo

$v_1 \equiv$ Velocidad del agua al final de la fase 1

$\overline{\Delta v} \equiv$ variación media de la velocidad del fluido tras el paso de una onda de choque

$c \equiv$ velocidad de la onda de choque

$\rho \equiv$ densidad del fluido

Estudiando la ecuación podemos intuir las posibles variables que más puedan influir. En este caso son el área (y por tanto el diámetro), la longitud de la tubería y la velocidad de onda.

Para el caso de la velocidad de la onda de choque (c) tenemos la ecuación 4.18

$$c = \left[\frac{\rho}{\varepsilon} + \frac{\rho}{E} \left(\frac{2r}{e} \right) \right]^{-0.5} \quad [\text{Ec. 4.18}]$$

Donde:

$\varepsilon \equiv$ Módulo de elasticidad volumétrica del fluido de trabajo

$r \equiv$ radio de la sección de la tubería de alimentación

$E \equiv$ Módulo de elasticidad del material de la tubería de alimentación

$e \equiv$ Espesor de la tubería de alimentación

$\rho \equiv$ densidad del fluido

Se observa que depende totalmente de las características del fluido, del material de la tubería de alimentación, y del radio y el espesor de esta última. Las características del fluido no variarán mucho si acordamos que el fluido será agua, por lo que no lo tendremos en cuenta en nuestro análisis.

Resumiendo, para el estudio del caudal elevado por ciclo (q_{ciclo}) estudiaremos la tubería. Concretamente la variación del diámetro y el espesor, de la longitud y del material.

❖ Tiempo de ciclo, t_{ciclo}

Recordamos que es la suma de los tiempos de cada una de las 6 fases. Si nos fijamos en las ecuaciones de cada una podemos ver que, además de las variables que se han mencionado anteriormente para su estudio, también tendremos que fijarnos en Δv (Ec. 4.19) y en v_1 (Ec. 4.20).

$$\overline{\Delta v} = \frac{4g(h-H)+mv_1}{4c+m} \quad [\text{Ec. 4.19}]$$

Donde:

- $c \equiv$ Velocidad de la onda de choque
- $g \equiv$ Valor de la gravedad
- $h \equiv$ Altura de elevación
- $H \equiv$ Altura de alimentación
- $v_1 \equiv$ Velocidad del agua al final de la fase 1
- $m \equiv$ coeficiente de pérdidas por fricción en la en la válvula de NR

$$v_1 = v_0 + \frac{\alpha_6}{2} t_1 \quad [\text{Ec. 4.20}]$$

Donde:

- $v_0 \equiv$ Velocidad necesaria para la apertura de la válvula de choque
- $\alpha_6 \equiv$ Aceleración del fluido en la tubería de alimentación al final de la fase 6
- $t_1 \equiv$ Tiempo de duración de la fase 1

Las alturas ya van a ser estudiadas, al igual que la velocidad de onda de choque, pero v_0 , α_6 , m y t_1 influirán en el resultado y por tanto tendremos que estudiarlas.

Las variables v_0 y m dependerán únicamente de la instalación. En el caso de α_6 y t_1 , son variables dependientes y tienen expresiones para su cálculo (Ec. 4.21 y Ec. 4.22):

$$\alpha_6 = \frac{\frac{2gH}{j} - v_0^2}{\frac{2L}{j}} \quad [\text{Ec. 4.21}]$$

Donde: $v_0 \equiv$ Velocidad necesaria para la apertura de la válvula de choque
 $j \equiv$ Factor de pérdidas por fricción
 $L \equiv$ Longitud de la tubería de alimentación
 $H \equiv$ Altura de alimentación

En el caso de la aceleración al final de la fase 6, tenemos las variables L y v_0 que ya van a ser estudiadas, pero nos encontramos con j , que es otra variable dependiente (Ec. 4.22)

$$j = \frac{fL}{D} + K + 1 \quad [\text{Ec. 4.22}]$$

Donde: $f \equiv$ Coeficiente de pérdidas por fricción en la tubería de alimentación
 $K \equiv$ Coeficiente de pérdidas por accesorios
 $L \equiv$ Longitud de la tubería de alimentación
 $D \equiv$ Diámetro de la sección de la tubería de alimentación.

En esta expresión del factor de pérdidas tenemos de nuevo dos variables que ya vamos a estudiar, D y L , mientras que f y K son dos nuevas a tener en cuenta. Para el coeficiente de fricción “ f ” es necesario apuntar que dentro de la expresión que permite su cálculo aparece el valor de la rugosidad, que depende del material, y el valor de Reynolds, que depende de la rugosidad, del diámetro (siendo ya estudiados) y de una velocidad que en nuestro caso es v_0 , que también está siendo

estudiada. Por tanto, a la hora de comprobar la diferencia entre usar materiales distintos consideraremos el valor de rugosidad.

Una vez vista la aceleración en la fase 6, para la expresión del tiempo que dura 1 (Ec. 4.23) vemos que depende únicamente de S_0 , ya que J es una constante calculada experimentalmente.

$$t_1 = \sqrt{\frac{2S_0}{J}} \quad [\text{Ec. 4.23}]$$

Donde: $S_0 \equiv$ Recorrido de la clapeta de la válvula de choque
 $J \equiv$ Aceleración de la clapeta de la válvula de choque en la fase 1 (constante).

Por lo tanto, para el estudio completo del tiempo de ciclo, además de las variables que se van a estudiar para el caudal elevado por ciclo, se tendrá que estudiar las variables independientes v_0 , m , f , K y S_0 .

4.5.2 Caudal de agua por la válvula de choque, Q

Este caudal está formado por los caudales de las fases 1 y 6, ya que es cuando la válvula de choque se encuentra abierta.

❖ Caudal fase 1, Q_1

Su expresión (Ec. 4.24) contiene únicamente variables que ya hemos tenido en cuenta.

$$Q_1 = \rho A(v_0 t_1 + \frac{\alpha_6 t_1^2}{3}) \quad [\text{Ec. 4.24}]$$

Donde: $A \equiv$ Área de la sección de la tubería de alimentación
 $\rho \equiv$ Densidad del fluido
 $\alpha_6 \equiv$ Aceleración del fluido en la tubería de alimentación al final de la fase 6
 $t_1 \equiv$ Tiempo de duración de la fase 1
 $v_0 \equiv$ Velocidad necesaria para la apertura de la válvula de choque

❖ Caudal fase 6, Q_6

Al igual que antes, en la expresión 4.25 entran en juego variables que ya van a ser estudiadas.

$$Q_6 = \frac{AL\rho}{j} \log \frac{\frac{2gh}{j} - v_5^2}{\frac{2gH}{j} - v_0^2} \quad [\text{Ec.4.25}]$$

Donde:

- $A \equiv$ Área de la sección de la tubería de alimentación
- $\rho \equiv$ Densidad del fluido
- $v_0 \equiv$ Velocidad necesaria para la apertura de la válvula de choque
- $j \equiv$ Factor de pérdidas por fricción
- $h \equiv$ Altura de elevación
- $H \equiv$ Altura de alimentación
- $v_5 \equiv$ Velocidad al final de la fase 5

En la tabla 4-1 se refleja un resumen de las variables a estudiar para ver la sensibilidad de l rendimiento.

H	Altura de alimentación
h	Altura de elevación sobre la bomba
D	Diámetro
L	Longitud de la tubería alimentación
E	Módulo de Young del material con el que está fabricada la tubería
ϵ	Rugosidad del material con el que está fabricada la tubería
e	Espesor de la tubería de alimentación
v₀	Velocidad inicial para la apertura de la válvula de choque
m	Factor de pérdidas en la válvula NR
K	Sumatorio de pérdidas en la instalación
S₀	Recorrido de la válvula de choque

Tabla 4-1: Variables a estudiar para la sensibilidad del rendimiento



4.6 Estudio y resultados

Para el estudio de la sensibilidad se va a utilizar el software MATLAB con el que representaremos en ejes cartesianos la relación entre el rendimiento y la variable estudiada.

Para realizar esto, se han hecho unas modificaciones sobre el código base , para que mediante operaciones con matrices consigamos ver esta relación. Básicamente consiste en dar un rango de valores a la variable y el código calculará un rendimiento para cada caso. Para ello tenemos que ser capaces de acotar valores razonables para la variable y de esta manera obtener resultados coherentes.

Para todos los casos y para realizar correctamente el estudio dejaremos los valores igual al caso nominal, variando únicamente el factor en cuestión. También supondremos que tenemos un caudal de entrada lo suficientemente grande como para que la bomba funcione sin problemas, y por tanto no impondremos ningún máximo para este caso.

Tal y como se dijo, en este punto de funcionamiento tenemos un rendimiento del 32.39 %, y estará representado en todas las gráficas mediante un punto rojo.

4.6.1 Altura alimentación, H

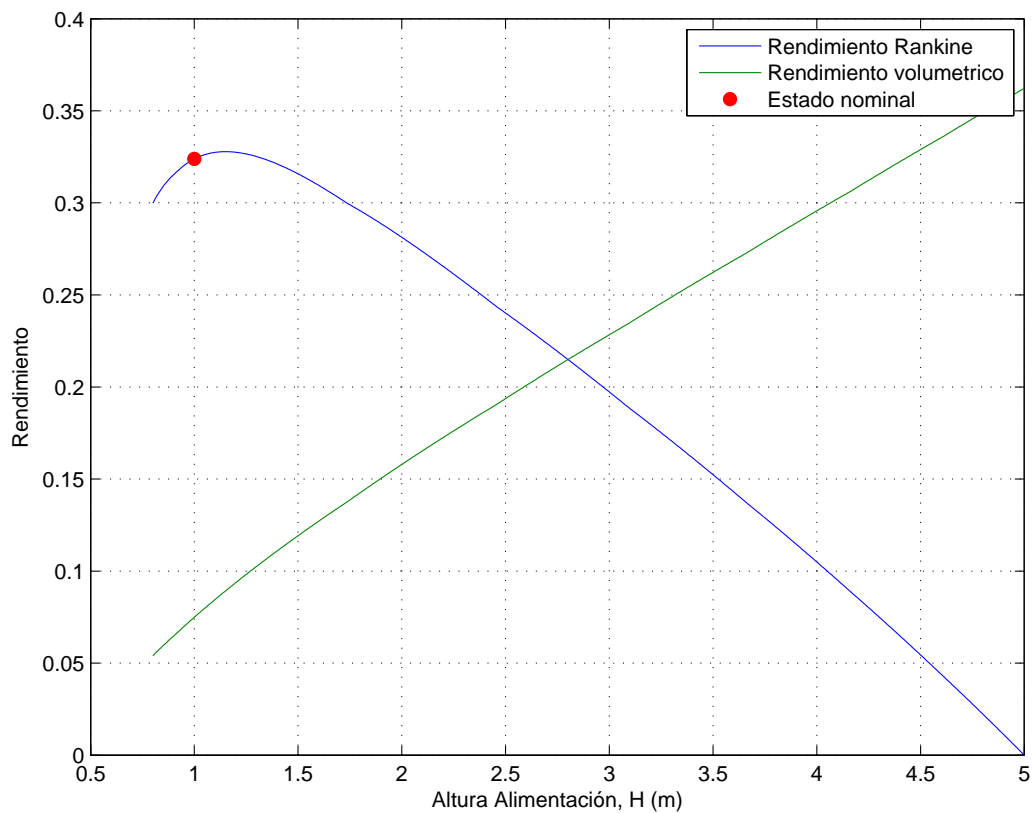


Figura 4-3: Rendimiento frente a la altura de alimentación

El rendimiento es muy sensible a esta variable ya que, como se observa en la figura 4-3, modificando ligeramente esta altura se consigue disminuir o aumentar el rendimiento de Rankine con gran facilidad. Ocurre lo mismo que en el caso del rendimiento volumétrico, pero en este caso al aumentar la altura de alimentación, este rendimiento aumenta.

Estos comportamientos son sencillos de explicar. En el caso del rendimiento volumétrico, la altura no está incluida en los términos, únicamente los caudales y es lógico pensar que el caudal elevado es mayor a medida que aumenta la altura de alimentación, y hace que crezca la expresión del rendimiento volumétrico. Por otro lado, el rendimiento de Rankine está afectado por ambas alturas, y concretamente la altura de alimentación se encuentra en el denominador, por tanto a medida que aumenta su valor, el rendimiento de Rankine se ve obligado a disminuir.

Si representamos los caudales frente a la variación de la altura de alimentación nos ayuda a ver este aumento del caudal elevado que produce el aumento de rendimiento:

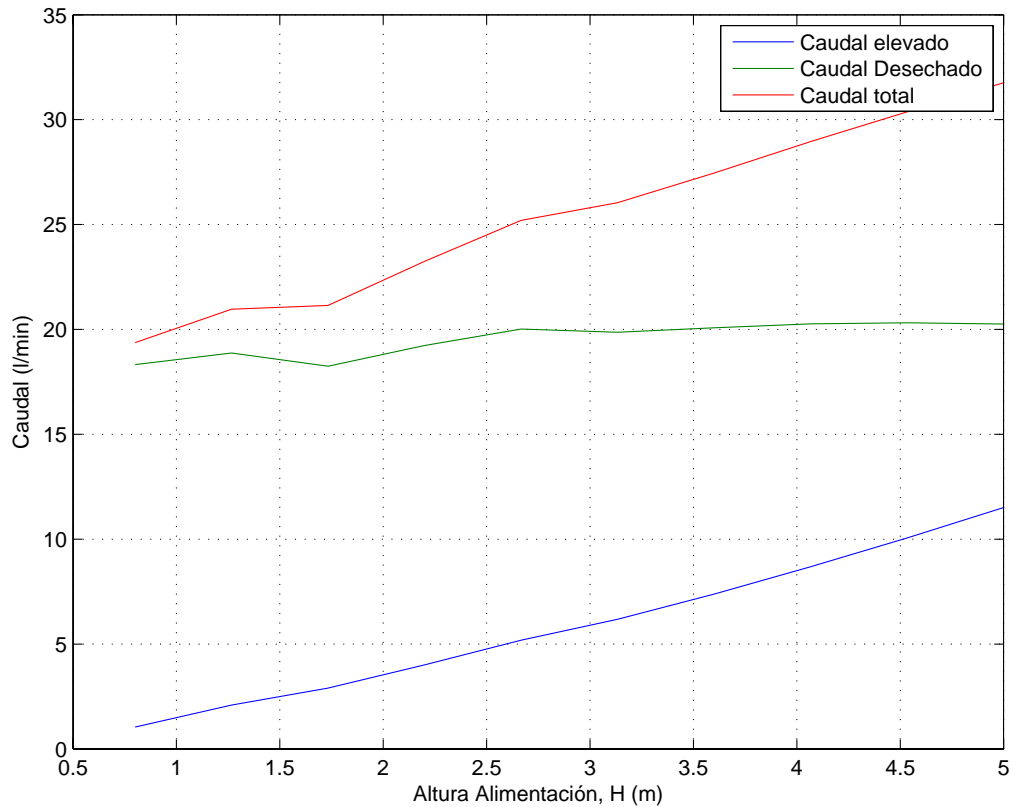


Figura 4-4: Caudales frente altura de alimentación

Observamos que el caudal elevado aumenta a medida que la altura de alimentación aumenta, mientras que el caudal desechado se mantiene prácticamente constante.

Por otro lado, es conveniente indicar que en la Figura 4-4 se observa que no existen datos de caudales en los rangos donde la altura de alimentación menor de 0,56 m. Esto es así debido a la válvula de choque, ya que el estudio realizado en el apartado 2.4.3 concluyó que la válvula de choque comenzaba a cerrarse a una altura de 56 cm, y por tanto a alturas menores no se genera Golpe de Ariete. Tanto el estudio experimental como el modelo de MATLAB coinciden.

La conclusión de este apartado es clara, la altura de alimentación afecta muy directamente a ambos rendimientos.

4.6.2 Altura elevación, h

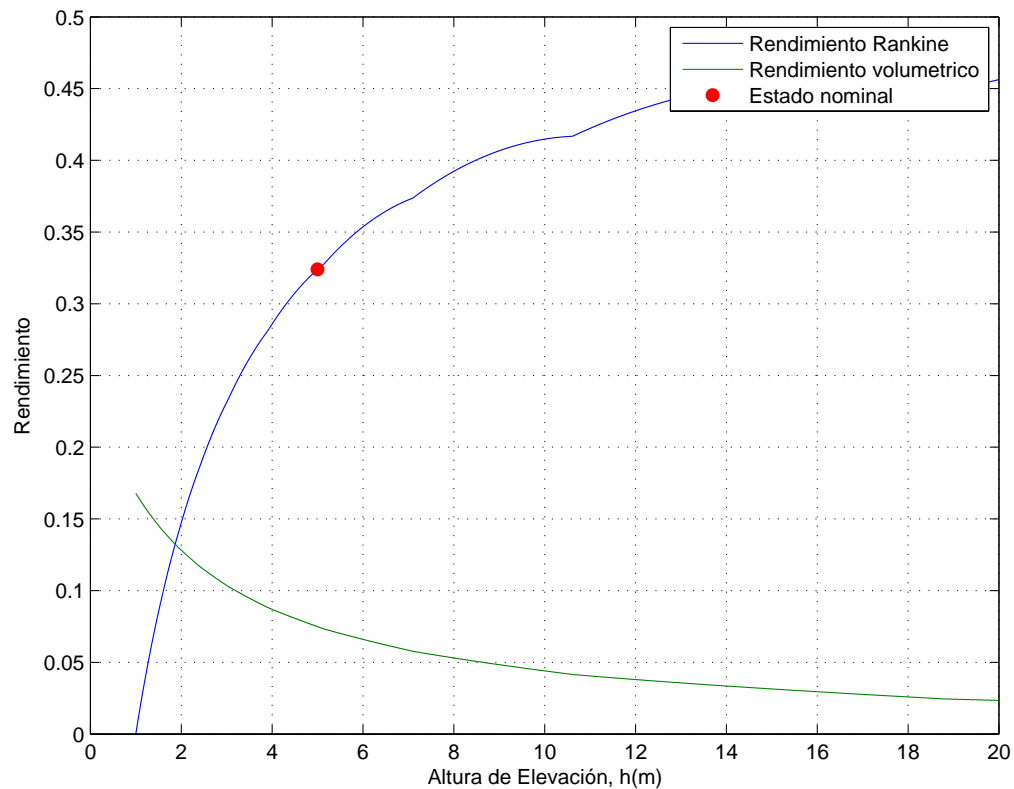


Figura 4-5: Rendimiento frente a la altura de elevación

Al hacer la comparación obtenemos la figura 4-5. Vemos que el rendimiento de Rankine aumenta a medida que aumentamos esta altura h . Pero el rendimiento volumétrico disminuye hasta valores muy bajos.

Salvo en casos excepcionales, el rendimiento volumétrico no puede ser tan bajo, ya que entonces el caudal elevado es muy pequeño en comparación con el que entra en la bomba. De esta forma, la parte de la gráfica en la que se alcanzan valores altos del rendimiento de Rankine no nos interesa.

El comportamiento en este caso es al contrario que en el caso de la altura de alimentación. A medida que aumentamos la altura de elevación “h”, el caudal elevado será menor y por tanto la expresión del rendimiento volumétrico se hará más pequeña. Por otro lado, en la expresión del rendimiento de Rankine, la variable “h” se encuentra únicamente en el numerador, y a medida que aumente su valor, el valor del rendimiento también crecerá.

Si dibujamos los caudales frente a la variación de la altura de elevación obtendremos la siguiente figura:

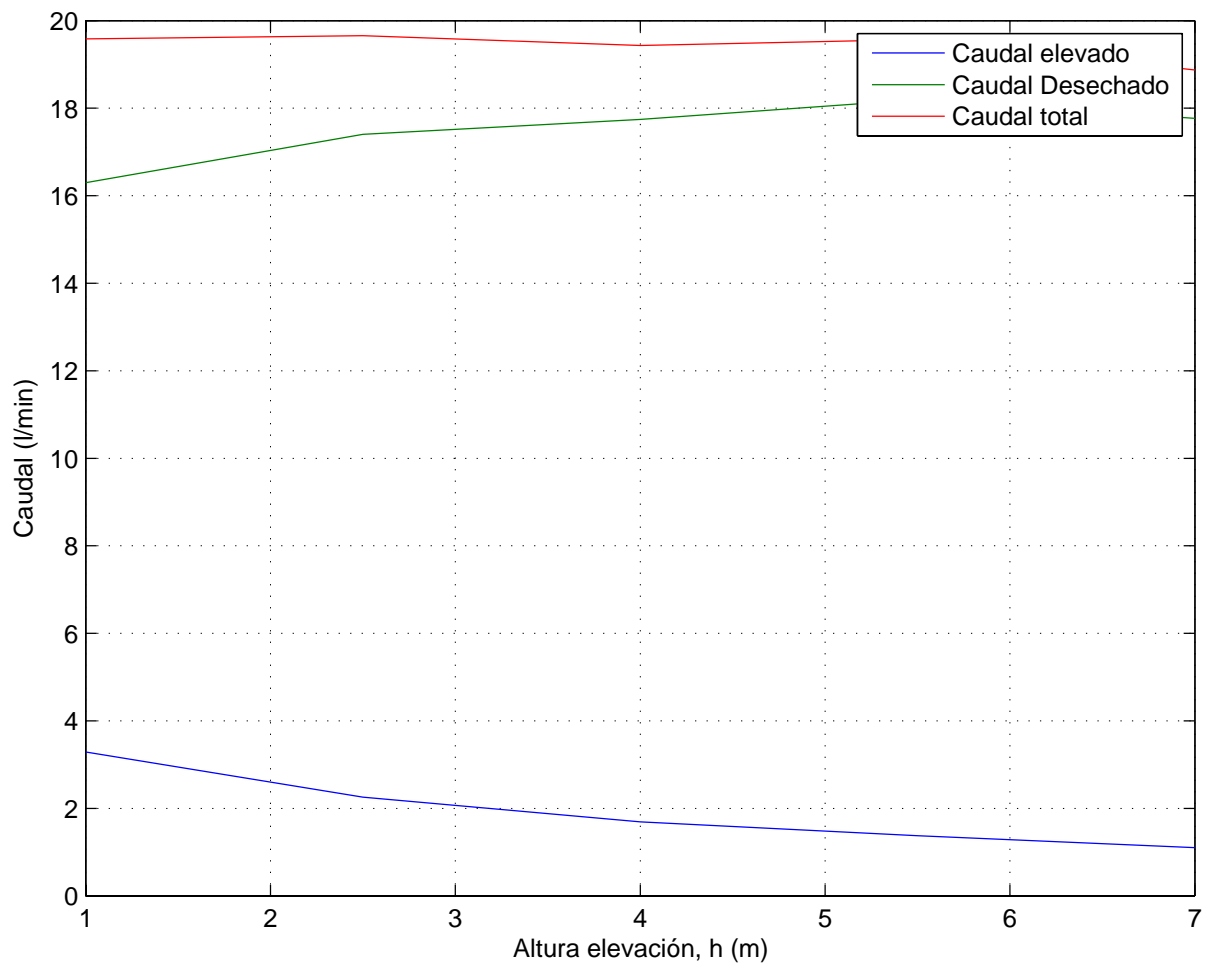


Figura 4-6: Caudales frente a altura de elevación

En este caso vemos como el caudal total se mantiene constante pero el caudal elevado cae, y debido a eso el rendimiento volumétrico va haciéndose más pequeño. Por tanto, el valor de la altura de elevación también es un factor que afecta muy directamente al de los rendimientos.

4.6.3 Diámetro de la tubería de alimentación, D , y espesor, e

Ambas variables están relacionadas ya que la mayoría de las tuberías comercializadas siguen normativas que rigen el diseño, y por ello para cada tipo de tubería existen unos diámetros y unos espesores concretos. En nuestro caso hemos cargado los diámetros y espesores de las tuberías de PVC para alta presión.

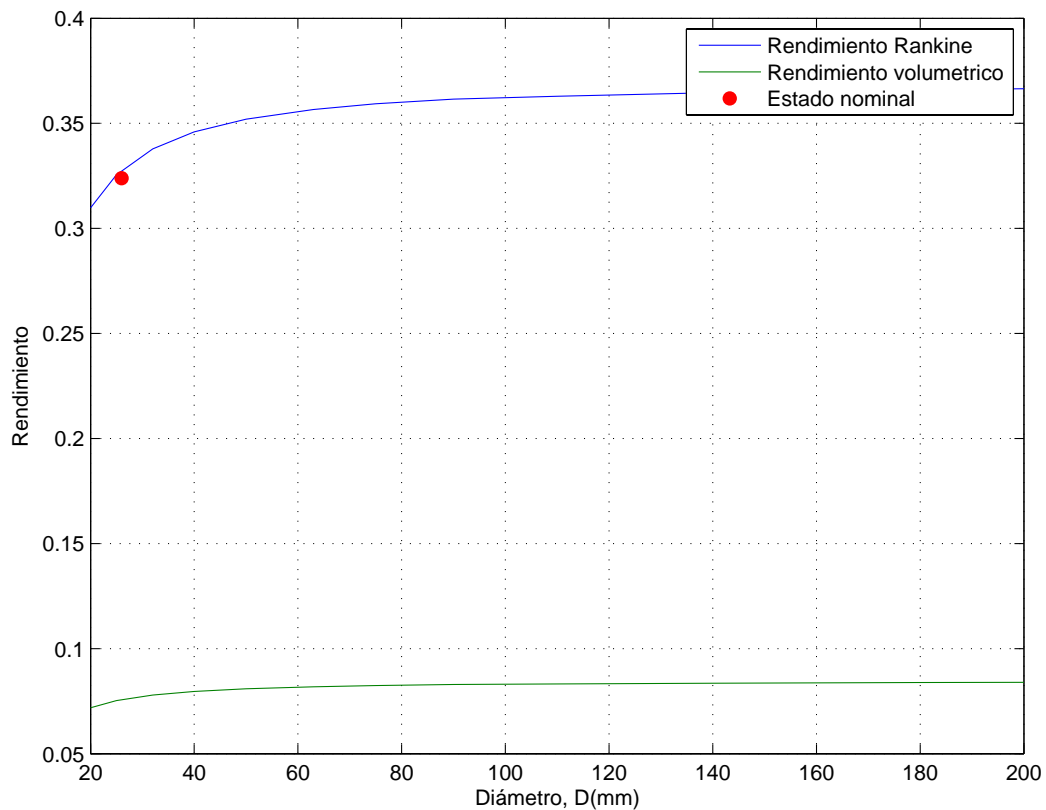


Figura 4-7: Rendimiento frente al diámetro de la tubería de alimentación

El valor del diámetro afecta a los dos parámetros: al caudal elevado “ q ” y al caudal gastado “ Q ”.

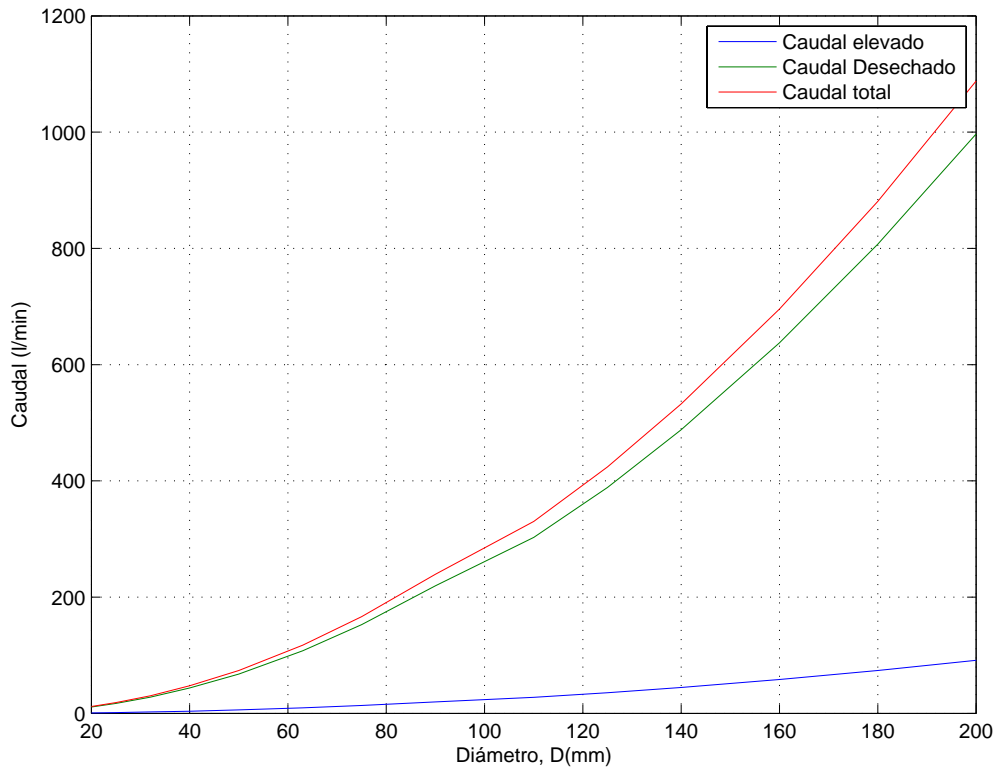


Figura 4-8: Caudales frente al diámetro de la tubería de alimentación

Los caudales aumentan a medida que aumenta el área, y por tanto el diámetro. Como se ve en la Figura 4-8 los dos caudales aumentan en la misma proporción por lo que el rendimiento se mantiene igual.

Ambos rendimientos se comportan igual ya que la única diferencia entre ellos es el cociente de alturas en el caso de rendimiento de Rankine, pero son ambas alturas son constantes por lo no actuarán en el comportamiento.

Hay que tener en cuenta que es posible que si se continúa aumentando el diámetro, el caudal disponible no sea suficiente y ahí el rendimiento empiece a caer. Este caso no ha sido tomado en cuenta en el modelo teórico, ya que tal y como se explicó anteriormente, damos por hecho que el caudal de entrada satisface totalmente las necesidades.

En resumen, los caudales aumentan con el diámetro pero como lo hacen en la misma medida los rendimientos ni aumentan ni disminuyen. El rendimiento de Rankine y el volumétrico no varían en gran medida con el diámetro siempre y cuando el caudal que llega a la bomba sea el suficiente, sino ambos rendimientos caerían.

4.6.4 Longitud tubería de alimentación, L

Representando la longitud L frente al rendimiento, MATLAB nos representa la siguiente gráfica

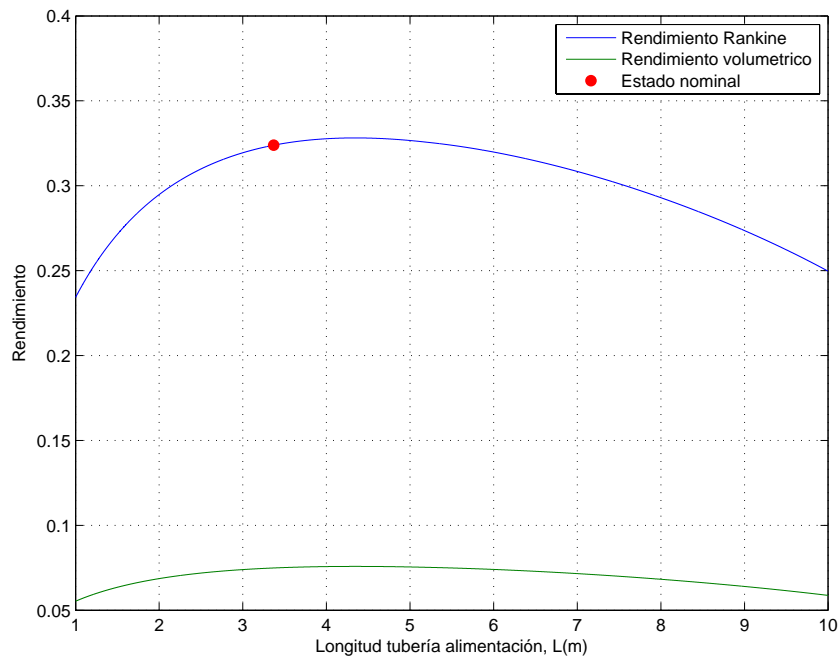


Figura 4-9: Rendimiento frente a la longitud de la tubería de alimentación

En la figura se aprecia que ambos rendimientos sufren una subida en las longitudes más cortas, para luego ir descendiendo muy poco a poco. El primer aumento se debe a que la tubería de alimentación debe tener una distancia mínima para su correcto funcionamiento, ya que de otra manera los recorridos por la onda de choque no serían los apropiados y se perdería energía en cada ciclo. Una vez llegado a un máximo, los rendimientos caen muy lentamente ya que el rozamiento actúa más a medida que la tubería es de mayor longitud.

En este caso los dos rendimientos tienen idénticos comportamientos ya que el cociente de alturas $((H-h)/H)$ se mantiene constante y no afecta al comportamiento.

En resumen, si nuestra instalación tiene una tubería de alimentación suficientemente larga, el factor de la longitud no afectará en gran medida.

4.6.5 Material de la tubería de alimentación, módulo de Young, E (N/m²) y rugosidad relativa, ε (m)

En este caso, para ver el rango a estudiar, hemos elegido varios materiales muy diferentes en cuanto a rigidez: El polietileno, el acero, el hierro y el hormigón.

En la Tabla 4-2 se adjuntan los valores del módulo de Young y de rugosidades de cada uno.

Polietileno	Hierro	Acero	Hormigón
$E = 3 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ $\varepsilon = 0.0015 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$E = 13 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ $\varepsilon = 0.00085 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$E = 20 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ $\varepsilon = 0.0015 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$E = 2 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$ $\varepsilon = 0.00013 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Tabla 4-2: Valores del módulo de Young y rugosidad

Realizar el estudio con las dos variables es complicado ya que no existe ninguna relación sencilla entre ellas, por lo tanto vamos a representar los 4 casos en un gráfico.

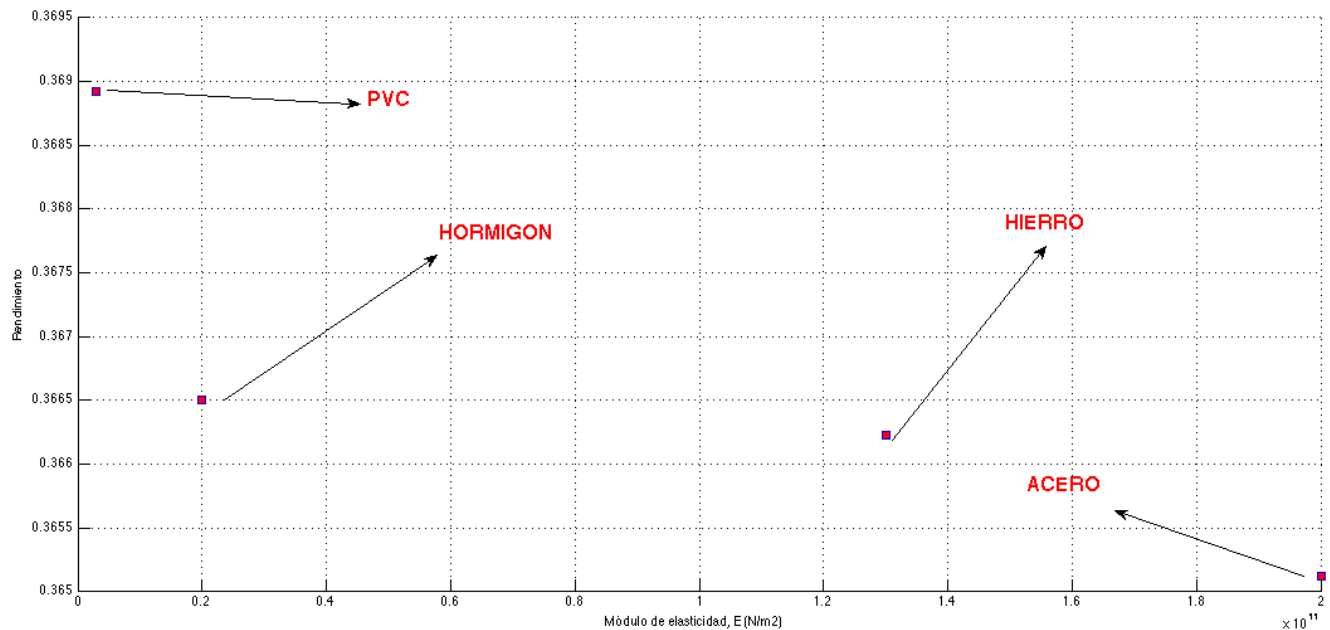


Figura 4-10: Rendimiento en función del material de la tubería de alimentación

Vemos que el rendimiento no varía prácticamente nada de un material a otro. Por tanto el material de la tubería no influye mucho sobre el rendimiento de la bomba.

4.6.6 Velocidad necesaria para la apertura de la válvula de choque, V_0 (m/s)

El estudio de este valor es muy interesante. Tal y como se mencionó en la parte del modelo teórico, el valor de esta velocidad está relacionado directamente con la forma y el peso de la válvula de choque. Esto quiere decir que si por ejemplo la clapeta de esta válvula tuviera muy poco peso entonces la velocidad necesaria para su cierre sería muy pequeña.

Con la ayuda de MATLAB dibujamos la gráfica.

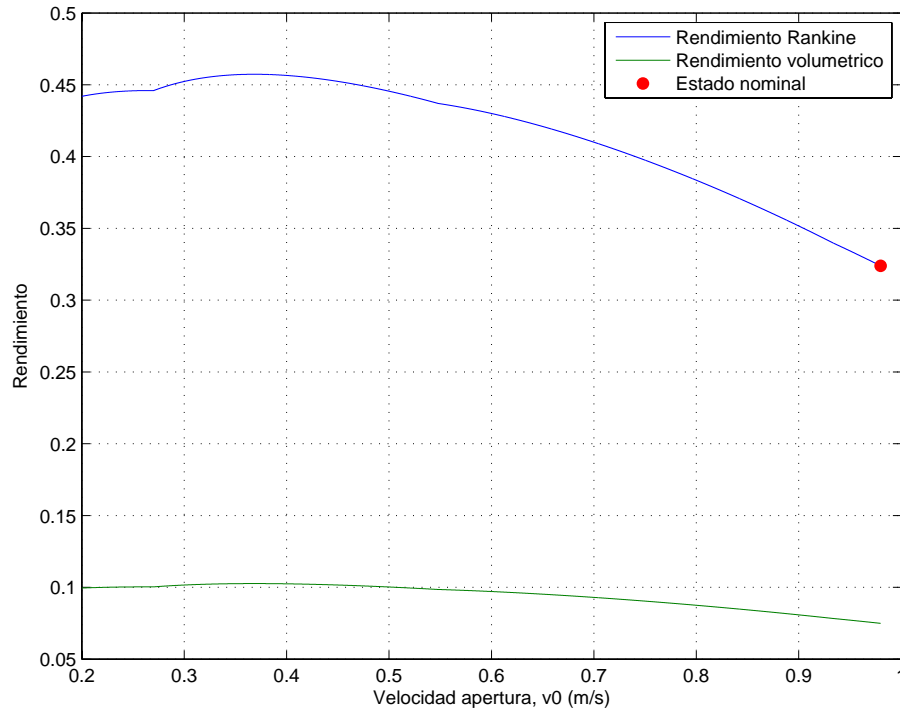


Figura 4-11:Rendimiento frente a la velocidad de apertura de la válvula de choque

Tal y como se podía esperar, los dos rendimientos aumentan a medida que la velocidad mínima disminuye. La explicación para este comportamiento la podemos encontrar estudiando las ecuaciones de los tiempos de las seis fases. Recordamos que en la fase 1 y en la fase 6 son las únicas en las que la válvula de choque está abierta y por tanto existe un caudal de desecho “Q”:

$$t_6 = \frac{L}{j\sqrt{\frac{2gH}{j}}} \log \left(\frac{\sqrt{\frac{2gH}{j}} + v_0}{\sqrt{\frac{2gH}{j}} - v_0} \cdot \frac{\sqrt{\frac{2gH}{j}} - v_5}{\sqrt{\frac{2gH}{j}} + v_5} \right)$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2S_0}{J}}$$

En la única ecuación en la que afecta el valor de la velocidad v_0 es en la del tiempo de la fase 6. Si representamos el valor de t_6 frente a la variación de v_0 obtendremos la Figura 4-12.

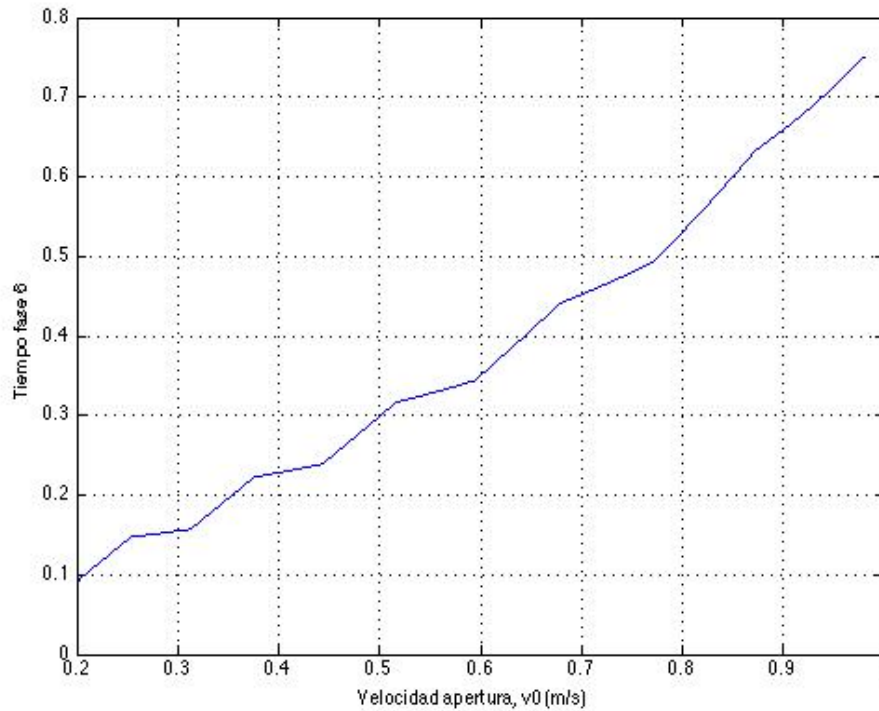


Figura 4-12: Tiempo de la fase 6 frente a la velocidad de apertura de la válvula de choque

Como se ve, el tiempo aumenta a medida que la velocidad de apertura es mayor, de tal manera que el caudal desechado es mayor a medida que la velocidad v_0 es mayor.

En cuanto al caudal elevado, únicamente se produce en la fase 3. La expresión del tiempo en esta fase es:

$$t_3 = \frac{2L_1}{c} \cdot N$$

El valor de N es dependiente de v_0 , así que representaremos la variación de t_3 frente a v_0 :

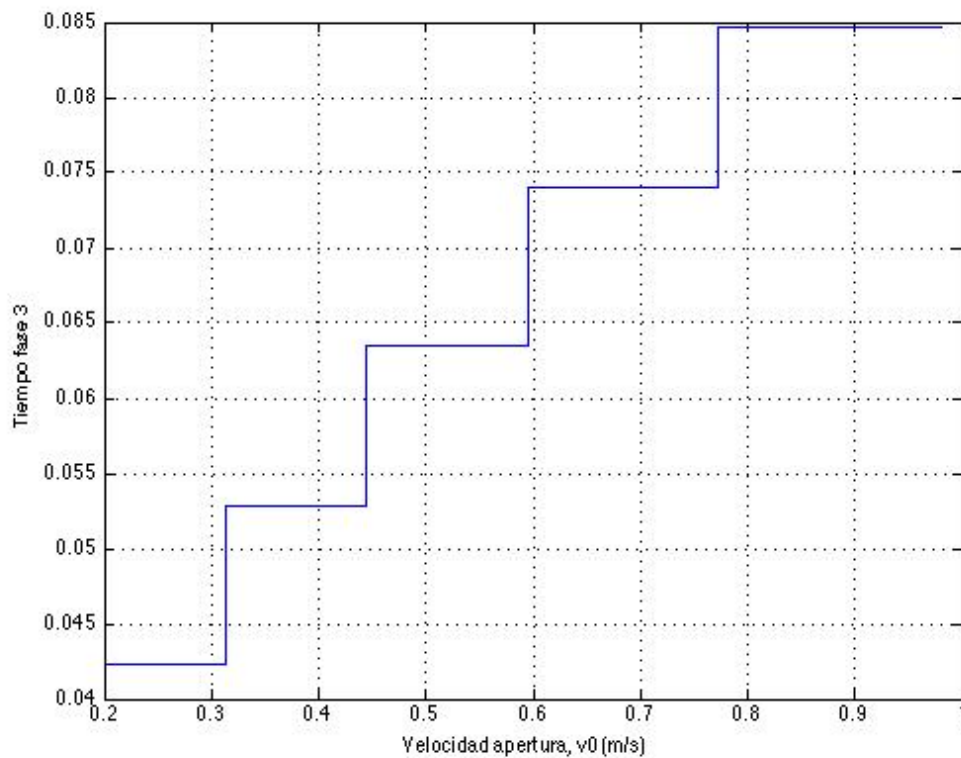


Figura 4-13: Tiempo de la fase 3 frente a la velocidad de apertura de la válvula de choque

La gráfica tiene esa forma tan peculiar debido a que el valor de N debe ser entero, pero no nos afecta para nuestro estudio. De la gráfica deducimos que el tiempo 3 aumenta cuando v_0 también crece, y por tanto el caudal elevado crece también.

La explicación para este fenómeno es que ambos caudales (elevado y desechado) crecen cuando v_0 va siendo mayor, pero el caudal desechado aumenta en mayor medida debido a que el tiempo de apertura de la válvula de choque crece en mayor medida que el tiempo de apertura de la válvula de NR. Para demostrarlo, se representa la siguiente figura:

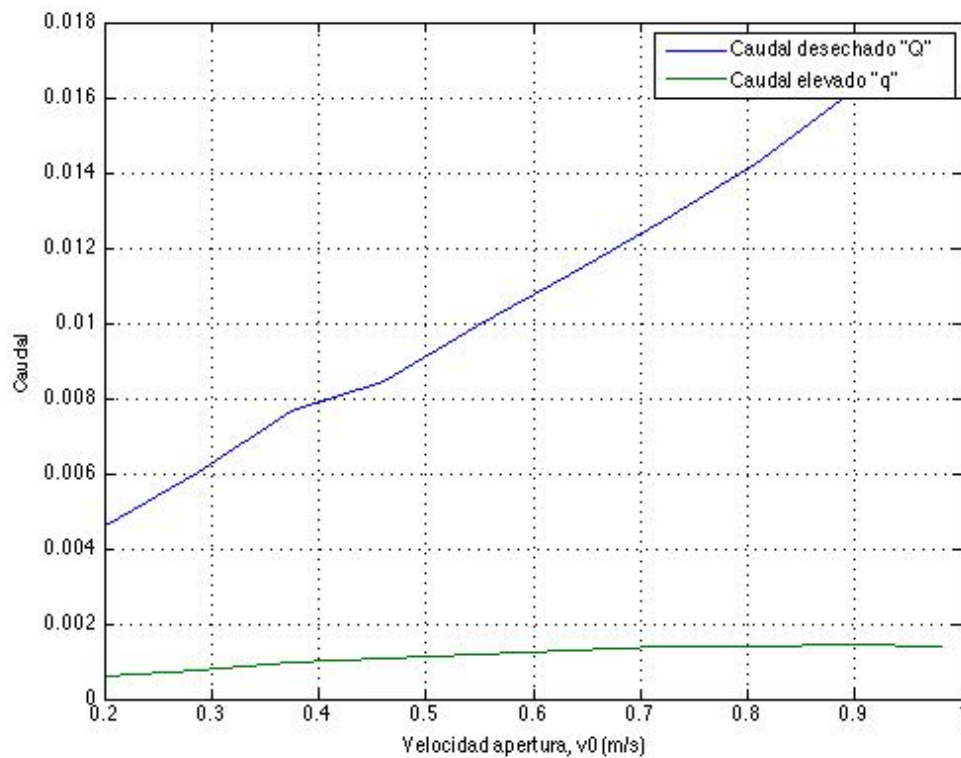


Figura 4-14: Caudales frente a la velocidad de apertura de la válvula de choque

De nuevo, en este caso el comportamiento entre ambos rendimientos es el mismo ya que las alturas son constantes y el cociente en la expresión de Rankine no hace variar el comportamiento, sino que actúa como una constante.

4.6.7 Pérdidas en la instalación, K y m (m/s)

Para cada coeficiente de pérdidas dibujaremos una gráfica:

- Coeficiente de pérdidas en la instalación

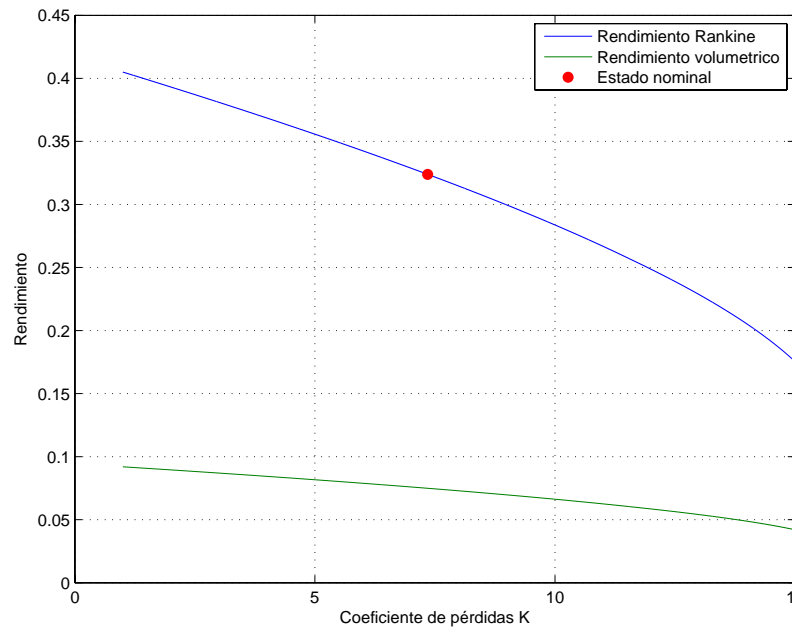


Figura 4-15:Rendimiento frente al coeficiente de pérdidas K

- Coeficiente de pérdidas en la válvula NR

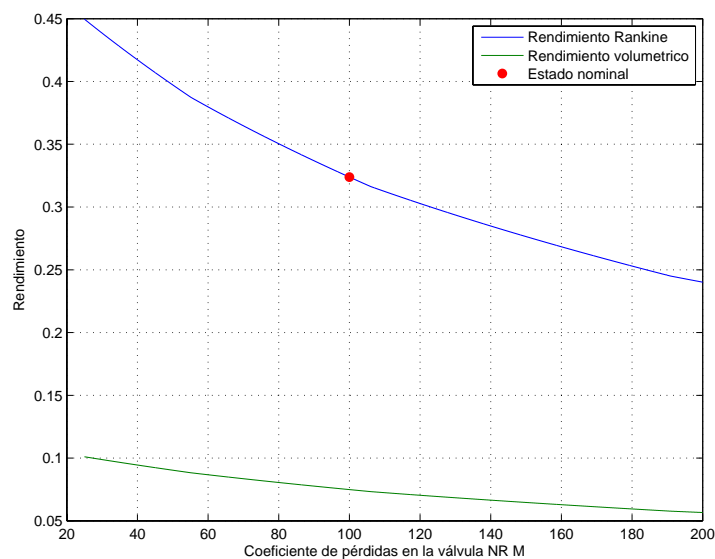


Figura 4-16:Rendimiento frente al coeficiente de pérdidas en la válvula NR

Era obvio que a medida que estos coeficientes aumentaban, los rendimientos disminuirían, ya que parte de la energía inicial se pierde debido a esto. Lo que no conocíamos era la sensibilidad, y por lo visto en las gráficas es muy alta, por lo que es necesario prestar atención a las partes que compongan la instalación ya que es posible que nos hagan perder mucho rendimiento.

Al no variar las alturas, ambos rendimientos se comportan de la misma manera ya que el cociente de alturas no varía y actúa como constante en la ecuación del rendimiento de Rankine.

4.6.8 Recorrido válvula de choque, S_0 (m)

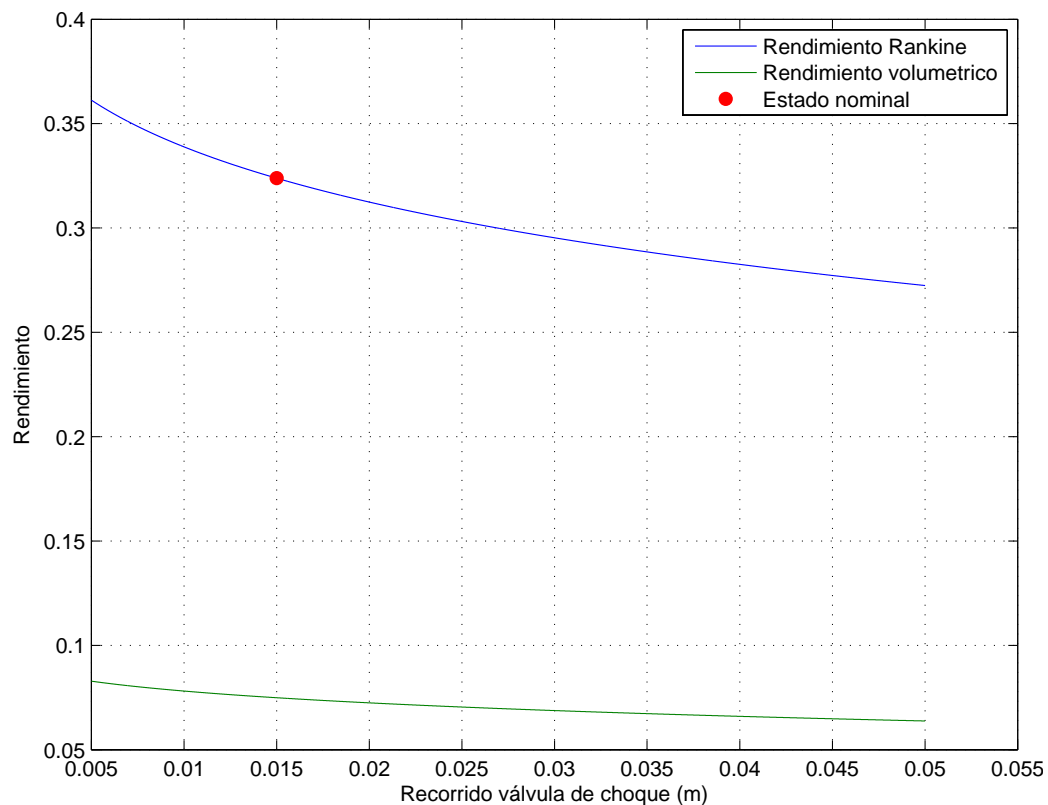


Figura 4-17: Rendimiento frente al recorrido de la válvula de choque

A medida que la clapeta tiene que recorrer más distancia, los rendimientos caen. Esto es así debido a que esta distancia influye directamente en el tiempo que dura la fase 1.

Manteniendo la velocidad v_0 , si aumentamos la distancia S_0 , es lógico pensar que el tiempo t_1 será mayor.

Teniendo en cuenta que la fase 1 consiste en el proceso de cierre de la válvula de choque y que durante esta fase se gasta caudal “Q”, a medida que el tiempo de duración aumente, el caudal gastado también, y afectará negativamente al rendimiento. En la figura () vemos representados los caudales en función de S_0 , y se observa que el que se ve afectado es el desechado (y por tanto el total).

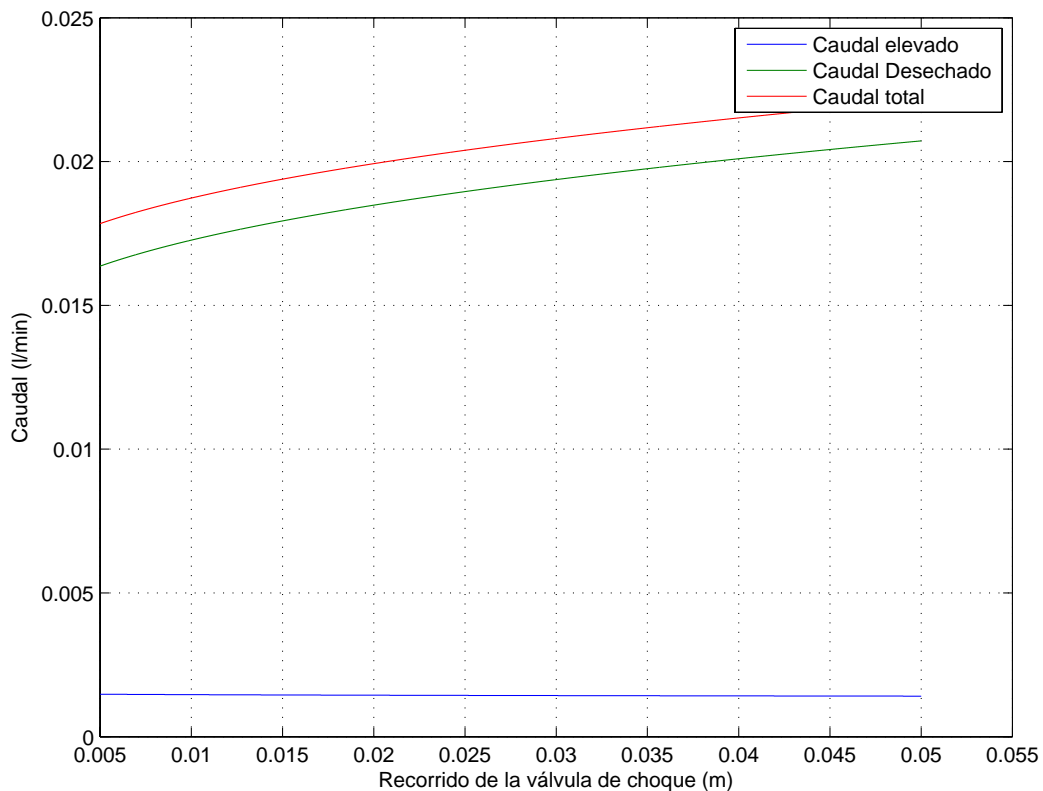


Figura 4-18: Caudales frente al recorrido de la válvula de choque

El rendimiento se verá afectado, pero únicamente cambiará bruscamente si la válvula de choque es muy distinta a la que estamos usando actualmente. Podemos aproximar que cada centímetro que aumentemos y disminuyamos del recorrido en la válvula, el rendimiento disminuirá o aumentará respectivamente alrededor de un 1,5%.



Los dos rendimientos vuelven a comportarse igual porque las alturas se mantienen constantes y actúan como constantes en la ecuación de Rankine.

4.7 Conclusiones

Tras haber hecho el estudio de sensibilidad del rendimiento, podemos afirmar que las variables que debemos modificar para mejorar nuestra bomba son:

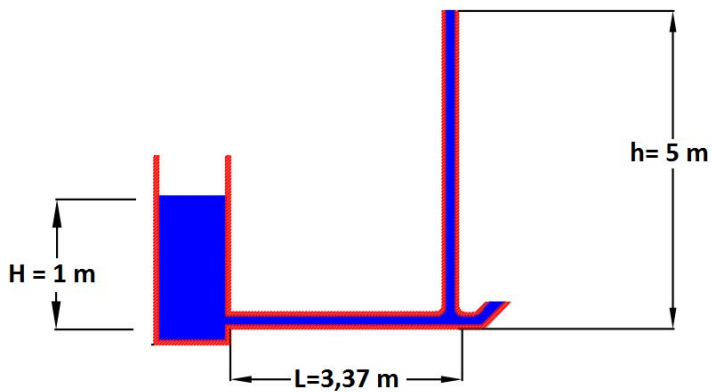
- Altura de alimentación, H
- Altura de elevación, h
- Velocidad mínima en la válvula de choque, v_0
- Coeficientes de pérdidas, K y m
- El recorrido de la válvula, S_0

En cuanto al resto son variables que influyen pero en mucha menor medida que las anteriormente mencionadas.

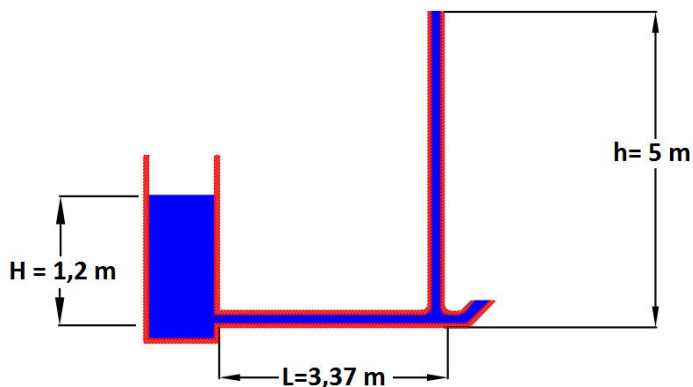
5 Resultados experimentales

A continuación se muestran los resultados de una serie de ensayos que se realizaron sobre la instalación en el laboratorio. El objetivo es comprobar que los estudios realizados se asemejan a la realidad y por tanto son válidos.

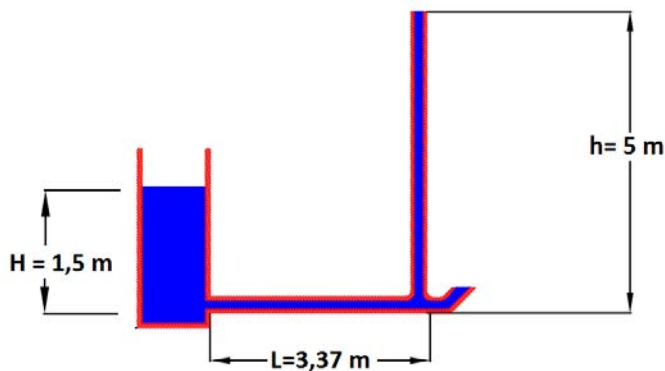
5.1 Variación de la altura de alimentación



RESULTADOS	
Q	18,2 l/min
q (l/min)	1.590 l/min
η	33,67 %

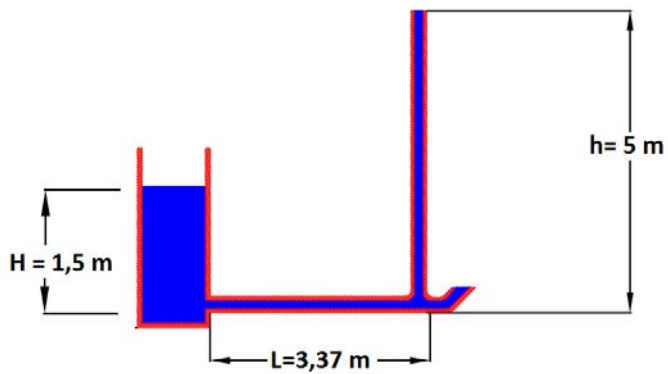


RESULTADOS	
Q	19,1 l/min
q (l/min)	2,130 l/min
η	34,45 %

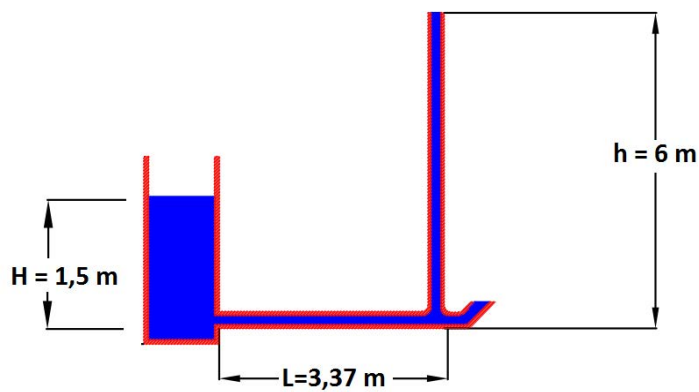


RESULTADOS	
Q	19,2 l/min
q (l/min)	2,413 l/min
η	29,32 %

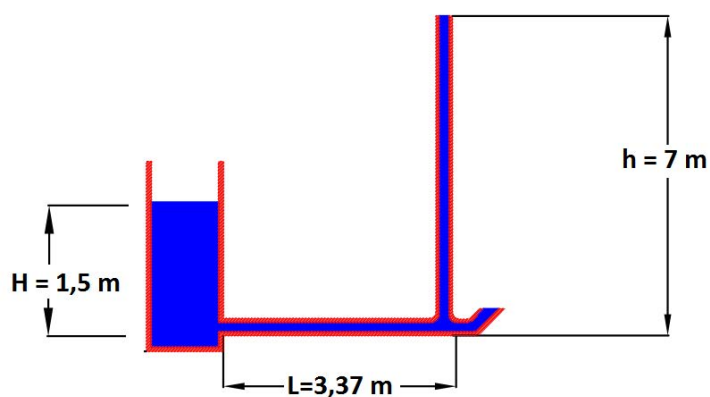
5.2 Variación de la altura de elevación



RESULTADOS	
Q	19,2 l/min
q (l/min)	2,413 l/min
η	29,32 %

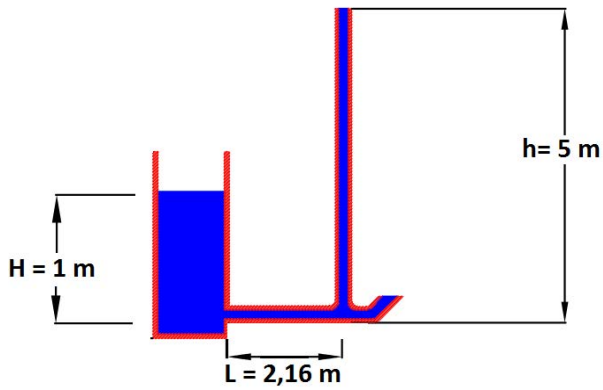


RESULTADOS	
Q	18,9 l/min
q (l/min)	2,325 l/min
η	36,90 %

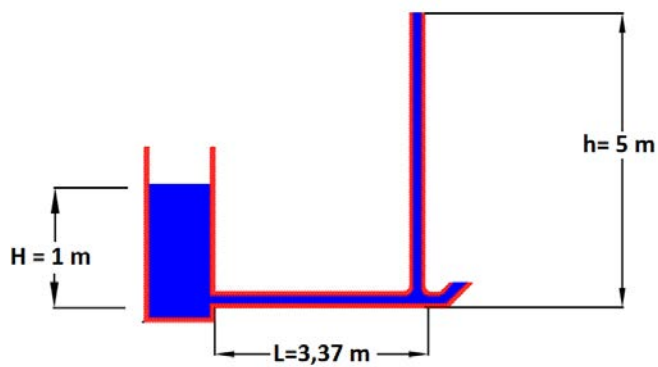


RESULTADOS	
Q	20,6 l/min
q (l/min)	2,175 l/min
η	38,71 %

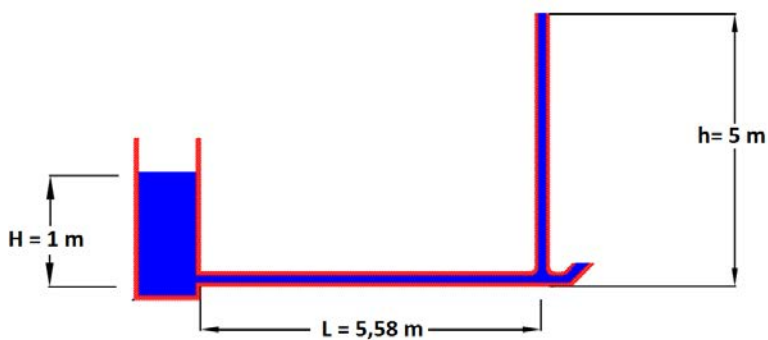
5.3 Variación de la longitud de la tubería de alimentación



RESULTADOS	
Q	20,3 l/min
q (l/min)	1,574 l/min
η	31,33 %



RESULTADOS	
Q	18,2 l/min
q (l/min)	2,590 l/min
η	33,04 %



RESULTADOS	
Q	17,3 l/min
q (l/min)	1,45 l/min
η	33,52 %

5.4 Comparativa entre resultados experimentales y modelo teórico

Los puntos rojos representan las tres medidas realizadas en el laboratorio.

5.4.1 Altura de alimentación

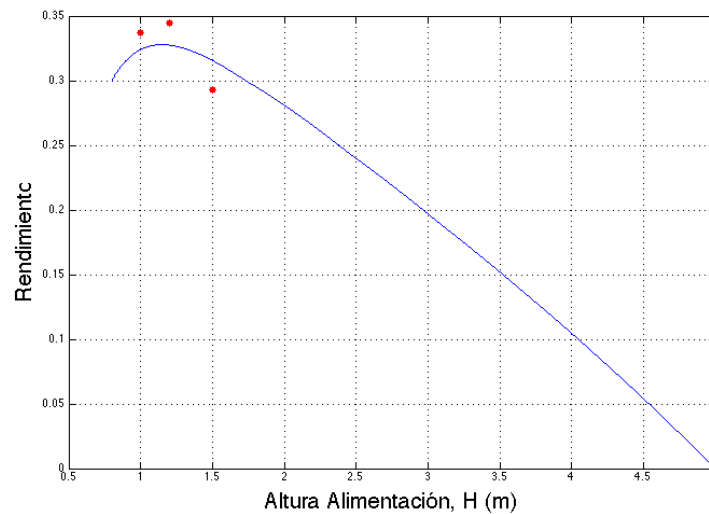


Figura 5-1: Resultados experimentales variando la altura de alimentación

Este ensayo cumple con la predicción del modelo teórico. El rango de estudio es muy reducido ya que a alturas mayores de 1,5 metros en la válvula de choque se generaba una presión tan alta que no permitía la reapertura de la clapeta. En alturas menores de 1 metro, la bomba no era capaz de elevar caudal a 5 metros.

Este es un ejemplo claro de las limitaciones que tiene la instalación actual. Podría solucionarse con un cambio de válvula de choque mediante otra diseñada y fabricada únicamente para este fin.

5.4.2 Altura de elevación

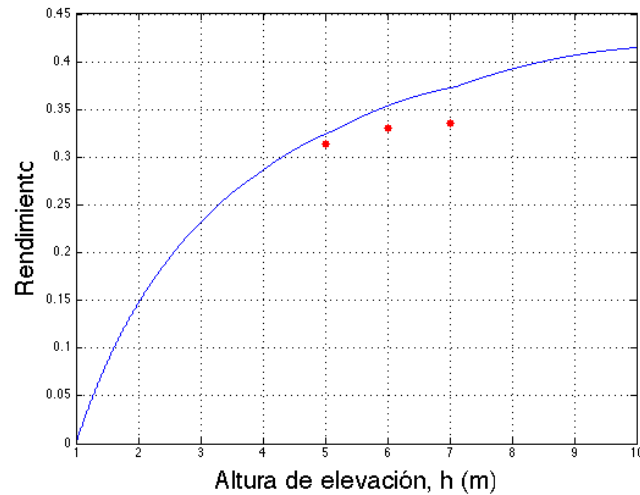


Figura 5-2: Resultados experimentales variando la altura de elevación

De nuevo los datos experimentales y el modelo coinciden. A medida que la altura de elevación crece, el rendimiento lo hace también. En este caso, tal y como se ha explicado anteriormente, hay que tener muy en cuenta el caudal elevado y por tanto el rendimiento volumétrico.

5.4.3 Longitud de la tubería de alimentación

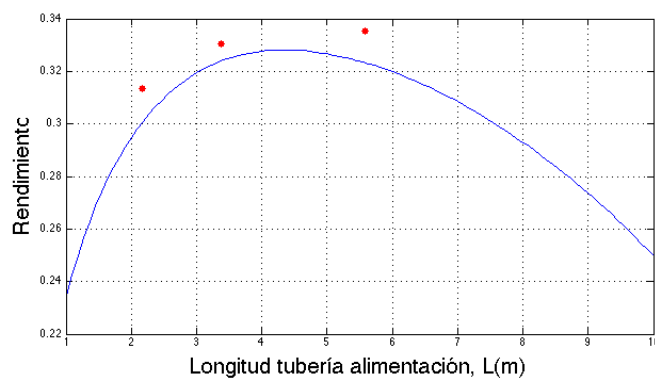


Figura 5-3: Resultados experimentales variando la longitud de la tubería de alimentación



Este último ensayo también coincide con la parte del modelo teórico. Los resultados obtenidos son muy precisos.

5.5 Conclusiones

En este apartado hemos comprobado que nuestro modelo teórico es completamente correcto y refleja la realidad de forma muy aproximada. Los ensayos realizados son de gran certeza ya que todas las medidas han sido realizadas numerosas veces, mostrando en este trabajo la media.



6 Conclusión final

El Trabajo ha resultado ser un estudio muy interesante que nos ha mostrado aspectos que no conocíamos sobre el funcionamiento de las Bombas de Ariete. Podemos estar satisfechos del trabajo realizado ya que las conclusiones obtenidas en cada parte del estudio son correctas y añaden aspectos nuevos que no conocíamos.

El modelo teórico proporciona unos datos muy coherentes que además han sido comprobados mediante ensayos en el laboratorio. De esta forma hemos conseguido una modelización de cualquier sistema de Bomba de Ariete, que nos permite conocer todos los datos sobre su funcionamiento.

Por otro lado, el estudio de las posibles modificaciones sobre la bomba no solo ha confirmado algunas de nuestras predicciones, sino que además nos ha permitido conocer ciertos parámetros que en un principio pensábamos que no tenían importancia pero que el estudio ha revelado que tienen gran peso.



7 Líneas de acción para próximos trabajos

Partiendo de un modelo teórico consolidado y un estudio de los parámetros esenciales para la mejora de los resultados, proponemos como posible línea de trabajo el continuar con los ensayos. En este caso modificando todos aquellos parámetros que mejoran el rendimiento y funcionamiento de la bomba pero que no han sido probados experimentalmente durante este trabajo. La modificación de la válvula de choque supondría una gran mejora, pero debe ser fabricada específicamente para este cometido. La elevación de 4 metros del depósito y el estudio de la bomba modificando la cámara de aire son otras líneas de trabajo interesantes y que sin duda revelarán información interesante sobre este tipo de bombas.



8 BIBLIOGRAFÍA

1. White, F. M. (2008). *Mecánica de Fluidos*. McGraW Hill.
2. Zhukovsky, N. Y. (1900). *On the hydraulic hammer in water supply pipes*.
3. Acitores, F. J. (2012). *Estudio teórico y experimental de la bomba de ariete*. Madrid.
4. Bansal, R. K. (2005). *A Text Book of Fluid Mechanics and Hydraulic Machines*.
5. Coutinho, A. (1998). *Manueal de ingeniería hidráulica*. Universidad Pública de Navarra.
6. Crespo, A. (2006). *Mecánica de fluidos*. Thomson Paraninfo.
7. D'Aubuisson, J. F. (1852). *A treatise on hydraulics, for the use of engineers*.
8. Greene, R. W. (1992). *Flujo De Fluidos: En Valvulas, Accesorios Y Tuberias*. McGraW Hill.
9. Kay, M. (2008). *Practical Hydraulics*. Taylor & Francis.
10. Kantert, P. J. (2008). *Manual for Archimedean Screw Pump*,.
11. Kries, J. v. (1892). *Studies in Pulse Science*. Tübingen, Alemania: Akademische Verlagsbuchhandlung.
12. Lansford, W. M. (1941). *An Analytical And Experimental Study of the Hydraulic Ram*. Illinois, EEUU: Universidad de Illinois.

9 ANEXOS

9.1 FUNCTIONS

```
function a6 = alfa6 (g, H, j, v0, L)
a6 = ((2*g*H/j)-v0^2)/(2*L/j);
```

```
function A = area(D)
A = pi*D^2/4;
```

```
function v1 = vuno(v0, a6, t1)
v1 = v0+(a6*t1/2);
```

```
function c = velonda (ro, eps, E, r, e)
c = ((ro/eps)+((ro/E)*(2*r/e)))^(-0.5);
```

```
function v2 =vdos(v1, Av)
v2 = v1-Av;
```

```
function v4 = vcuatro(v3)
v4 =-1*abs(v3);
```

```
function v5 = vcinco(v4)
v5 = -v4;
```

```
function Av =varvelm (g,h,H,M,c,v1)
Av = (4*g*(h-H)+M*v1)/(4*c+M);
```

```
function t1 = tuno (S_0)
J = 2;
t1 = sqrt(2*S_0/J);
```

```
function t3 = ttres(L, c, N)
%%Calculamos t3
t3 = (2*L*N)/c;
```

```
function t6 = tseis(L,j,g,H,v0,v5)
t6 = (L/(j*sqrt(2*g*H/j)))*log(((sqrt(2*g*H/j)+v0)*(sqrt(2*g*H/j)-v5))/((sqrt(2*g*H/j)*-v0)*(sqrt(2*g*H/j)+v5))));
```

```
function t = total (Q,t)
t = Q*60*1000/t;
```

```
function t2 = tdos (~)
t2 = 0;
```



```
function t4 = tcuatro(v3,L,c)
if v3>0
    t4 =2*L/c;
else
    t4=0;
end
```

```
function t5 = tcinco(L, v5, g, H)
t5 = 2*L*v5/g/H;
```

```
function Re = reynolds(v0,D, visc)
Re = (v0*D)/visc;
```

```
function rend = rendimiento (q,h,H,Q)
rend = q*(h-H)/Q/H;
```

```
function qc = qciclo (A,L,c,N,v1,Av)
qc = A*2*L/c*(N*v1-Av*N^2);
```

```
function N = numondas (v1, Av)
A = (v1-Av)/(2*Av);
N = ceil(A);
```

```
function j =jota (f,L,D,K)
j = (f*L/D)+1+K;
```

```
function f=fricc(rug,D,re)

f= fzero(@(f)(1/sqrt(f)+2*log10((rug/D)/3.71+2.51/(sqrt(f)*re))),0.02);
```

```
function Q6 = caudal6(A,L,j,g,H,v5,v0)
Q6 = A*L/j*log((2*g*H/j-v5^2)/(2*g*H/j-v0^2));
```

```
function Q1 = caudal1(A, v0, t1, a6)
Q1 = A*(v0*t1+(a6*t1^2/3));
```

```
function v3 = vtres(v1,N,Av)
v3 = v1-2*N*Av;
```